

Begrüßung in den Zahlenländern durch Abklatschen **Gerhard Preiß im Nov. 2012**

Wenn alle Kinder und zum Schluss auch die Erzieherin in einem der Zahlenländer 1 bis 10 angekommen sind, begrüßen sich alle durch Abklatschen.

Durch das Abklatschen mit einem Partner sollen die Zahlen 1 bis 10
als Folge von Bewegungen erlebt werden.

Zwei Partner – die Erzieherin und ein Kind oder zwei Kinder – stehen einander gegenüber, beide Hände auf gleicher Höhe, die offenen Handflächen dem Partner zugewandt.

Die fünf Abklatsch-Muster in den Zahlenländern 1 bis 5

Für jede der Zahlen 1 bis 5 gibt es eine besondere Form des Abklatschens.

(1) Abklatsch-Muster im Einerland

Beide Partner gleichzeitig mit beiden Händen

(2) Abklatsch-Muster im Zweierland

Über Kreuz, zuerst beide Partner mit der rechten, dann beide mit der linken Hand

(3) Abklatsch-Muster im Dreierland

Über Kreuz, zuerst beide Partner mit der rechten, dann beide mit der linken Hand
(wie im Zweierland);
dann gleichzeitig mit beiden Händen (wie im Einerland)

(4) Abklatsch-Muster im Viererland

Über Kreuz, zuerst beide Partner mit der rechten, dann beide mit der linken Hand
(wie im Zweierland);
dann jeder für sich vor der Brust in die eigenen Hände;
zum Schluss gleichzeitig mit beiden Händen (wie im Einerland)

(5) Abklatsch-Muster im Fünferland

über Kreuz, zuerst beide Partner mit der rechten, dann beide mit der linken Hand
(wie im Zweierland);
dann jeder für sich vor der Brust in die eigenen Hände (wie im Viererland);
zum Schluss noch einmal über Kreuz (wie zu Beginn)

Das Abklatschen wird mit einer freundlicher Verbeugung beendet: „Willkommen im Einerland (Zweierland usw.)!“

Anmerkung: Das Abklatsch-Muster im Fünferland, das für die Grundschule vorgeschlagen wird, ist komplexer als das hier für den Kindergarten vorgesehene.
(Vgl. Band 1 und Band 2 der Reihe „Zahlenland 3“ – Das Zahlenland für die Grundschule)

Mitzählen beim Abklatschen

Bekanntlich verfügt der Mensch über die Fähigkeit der „Simultanerfassung“ von Anzahlen: Mit einem Blick und mit großer Sicherheit vermögen wir, die Anzahl von 1 bis 4/5 Dingen

ohne Zählen zu erkennen. Diese wertvolle Fähigkeit sollte immer wieder benutzt und gefördert werden.

Wie es beim Umgang mit Mengen geboten ist, die Augen zu benutzen und auf umständliches Zählen möglichst zu verzichten, so sollten auch bei wiederholten Bewegungsvorgängen kurze Sequenzen „simultan“, also ohne Zählen, durchgeführt werden.

Beim Abklatschen sollte nach Möglichkeit auf Mitzählen verzichtet werden, doch ist es durchaus erlaubt, wenn das Zählen als Hilfsmittel benötigt wird oder der Sicherheit dient.

Abklatschen in den Zahlenländern 6 bis 10

In den großen Zahlenländern wird das Abklatschen auf die fünf Muster der Zahlen 1 bis 5 zurückgeführt, wobei die Zahl 6 als $5 + 1$, die Zahl 7 als $5 + 2$ usw. abgebildet wird.

(6) Abklatschen im Sechserland

Abklatschmuster der 5;
nach kurzer Pause Abklatsch-Muster der 1

(7) Abklatschen im Siebenerland

Abklatschmuster der 5;
nach kurzer Pause Abklatsch-Muster der 2

(8) Abklatschen im Achterland

Abklatschmuster der 5;
nach kurzer Pause Abklatsch-Muster der 3

(9) Abklatschen im Neunerland

Abklatschmuster der 5;
nach kurzer Pause Abklatsch-Muster der 4

(10) Abklatschen im Zehnerland

Abklatschmuster der 5;
nach kurzer Pause noch einmal Abklatsch-Muster der 5

Vor dem Abklatschen sollte die Erzieherin die Kinder auffordern, mit den Fingern zu zeigen, in welchem der Zahlenländer sie sich befinden: mit der einen Hand alle fünf Finger und mit der anderen Hand die entsprechende zusätzliche Anzahl von Fingern, z. B. im Siebenerland alle Finger der einen Hand und zwei Finger der anderen Hand. Daraus ergeben sich die beiden Abklatsch-Muster der jeweiligen Zahl.

Wie in den kleinen Zahlenländern wird das Abklatschen mit einer freundlicher Verbeugung beendet: „Willkommen im Sechserland (Siebenerland usw.)!“

Anmerkung: Das Abklatschen in den großen Zahlenländer 6 bis 10, das für die Grundschule vorgeschlagen wird, soll *beliebige* Zerlegungen der jeweiligen Zahl abbilden, z. B. im Siebenerland neben $5 + 2$ auch $4 + 3$, $2 \times 3 + 1$ oder $3 + 2 + 2$ usw. Die benutzte Zerlegung wird vor dem Abklatschen von den beiden Partnern vereinbart. Das Abklatschen im Kindergarten sollte die Sonderrolle der Fünf deutlich machen.

Die didaktischen Prinzipien der Entdeckungen im Zahlenland

Bei der Entwicklung des Projektes Entdeckungen im Zahlenland wurden bestimmte didaktische Prinzipien beachtet, in denen sich bewährte pädagogische Erfahrungen verdichten und die Erziehung und Bildung von Kindern prägen sollten. Es handelt sich um solche Gesichtspunkte, deren Bedeutung auch aus der Sicht der Neurodidaktik verständlich und wissenschaftlich begründbar sind.

1. Das Prinzip Ganzheitlichkeit

Die berechtigte Forderung nach **ganzheitlichem Lernen** ist weit verbreitet und umfasst zahlreiche Aspekte, von denen wir zwei hervorheben: Die *Ganzheit des Kindes* und die *Ganzheit der Mathematik*.

Ganzheit des Kindes

Die Neurodidaktik geht von der „Ganzheit“ jedes Menschen aus und achtet seine Einzigartigkeit. Die Einzigartigkeit eines Menschen wird durch die Plastizität (Veränderlichkeit) der neuronalen Vernetzung ermöglicht, die sich in seiner lebenslangen Lernfähigkeit zeigt. Über das höchste Maß an Plastizität verfügt das kindliche Gehirn. In der Kindheit bildet sich im Zusammenwirken von Anlage und Umwelt (durch Lernen) die Vernetzung, die das *ganze* Leben lang wirksam bleibt.

Es ist unsere Aufgabe als Lehrer, jedem Kind zu helfen, seine individuellen Begabungen zu entdecken und seine Kompetenzen durch Lernen aufzubauen.

Das neurodidaktische Symbol für „Ganzheit“ ist ein *Netzwerk*. Lernen ist immer ein ganzheitlicher Prozess, der *viele Komponenten* umfasst: kognitive (z. B. Wissen und Verstehen), emotionale (z. B. Freude und Trauer), motivationale (z. B. Erwartungen und Ziele), handlungsorientierte und motorische (z. B. Hinschauen und Nachmachen). Alle diese Komponenten führt das Gehirn in seiner Vernetzung zusammen.

Ganzheit der Mathematik

Die Mathematik sollte das Kind als „Ganzheit“ erleben können, deren Teile (Komponenten) es nach und nach entdecken kann.

Im Zahlenhaus, auf dem Zahlenweg und in den Zahlenländern begegnet das Kind „der Mathematik“ und verbindet sie mit seiner Lebenswelt.

Das ganzheitliche Konzept beim Zahlenhaus

Beim Zahlenhaus wird das ganzheitliche Konzept, das wir als Grundlage dieses Curriculums betrachten, besonders deutlich. Wir erläutern es an drei Beispielen.

(1) Die Zahlen im Zahlenhaus

Die Zahlen, mit denen das Kind erste Bekanntschaft machen soll, werden von uns *nicht* isoliert behandelt: erst die Zahl 1, dann die Zahl 2 usw. Vielmehr stellen wir sie dem Kind von Anfang an in überschaubaren *Einheiten* vor: als erste Einheit die Zahlen 1 bis 5, die zusammen im Zahlenhaus wohnen. Stellt sich das Kind an den Ort, von dem aus die Begrüßung erfolgt, so ist es von jeder Zahl (etwa) gleich weit entfernt. Es sieht zwei Zahlen zur Linken (1 und 2), zwei Zahlen zur Rechten (4 und 5) und

eine direkt vor sich (3). So wird die Symmetrie deutlich: 3 in der Mitte zwischen 1 und 5 oder zwischen 2 und 4. Und man erkennt (ohne Worte), dass man zum Platz der Zahl 5 über zwei Plätze (links), noch einen Platz (in der Mitte) und zwei weitere Plätze (rechts) gelangt ($2+1+2 = 5$).

Solche (und andere) Zusammenhänge kann man ohne sprachliche Erklärungen mit *einem* Blick sehen. Bei diesem Beispiel äußert sich das ganzheitliche Konzept als *inhaltlicher* Zusammenhang: Das Kind soll im Zahlenhaus die Zahlen in natürlichen und überschaubaren Einheiten erleben können; im Zahlenland 1 erst die Zahlen 1 bis 5 (wie eine Hand) und später im Zahlenland 2 noch die Zahlen 6 bis 10 (die andere Hand dazu).

Im Zahlenhaus erlebt das Kind die Zahlen in natürlichen, überschaubaren Einheiten.

(2) Begrüßung der Zahlen

Bei der Begrüßung der Zahlen im Zahlenhaus (Schilderung für die Zahlen 1 bis 5) hält die Lehrerin ein festes Ritual mit drei Punkten ein:

1. Konzentration in der Grundposition.
2. An alle Zahlen gerichtet: *Guten Morgen, liebe Zahlen.*
3. Zu jeder einzelnen Zahl: *Eins, zwei, drei, vier, fünf.*

In *Punkt 1* zeigt die Lehrerin durch ihre konzentrierte Haltung und durch einen kurzen Moment der Stille, dass sie *ganz* da ist.

Dann wendet sie sich in *Punkt 2* den Zahlen 1 bis 5 *insgesamt* zu, die als *Einheit* (eine Art Familie) begrüßt werden.

In *Punkt 3* kommen die Individuen zu ihrem Recht, die mit ihrem Namen angesprochen werden. Dies geschieht durch Zeigen, Hinschauen, Sprechen (des Namens) und Hören (des Gesprochenen). In ganzheitlicher Art werden Bewegung, Sehen, Sprechen und Hören vereint. Dabei sollte dieser Teil der Begrüßung wieder als *Ganzes*, als zusammenhängende „Melodie“ erfolgen. Man wendet sich mit einer Armbewegung der 1 zu und während man diese Bewegung zurücknimmt, denkt man schon an die 2, usw. Es wird deutlich, dass alle fünf Zahlen zur *selben* Familie gehören.

Das Kind sollte sich nach und nach durch Beobachten und Nachahmen dieses Begrüßungs-Ritual aneignen.

(3) Die Wohnungen der Zahlen

Die *Individualität* der einzelnen Zahlen zeigt sich in der „Möblierung“ ihrer Wohnungen. Der Reifen, der die verschiedenen „Möbelstücke“ zusammenfasst, bringt zum Ausdruck, dass jede Zahl selbst eine *Ganzheit* ist. Der Betrachter sieht zum einen die *Besonderheiten* der einzelnen Wohnungen (den Charakter der einzelnen Zahlen) und zum anderen beim Vergleichen die *Gemeinsamkeiten*.

2. Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit

Das Gehirn des Menschen begegnet von Geburt an der Welt mit eigener Aktivität. Das Bild vom *aktiven* Lehrenden und *passiven* Lernenden, das der amerikanische *Behaviorismus* im letzten Jahrhundert gezeichnet hat – Watson (1878-1958) und B. F. Skinner (1904-1990) – ist *falsch* und steht im *Gegensatz* zu den Erkenntnissen der Hirnforschung.

Der Lernbegriff des Behaviorismus, der Lernen als „Konditionierung“ und das Gehirn als „schwarzen Kasten“ betrachtet, ist schädlich und muss durch eine Sichtweise ersetzt werden, die im Einklang mit den Erkenntnissen der Hirnforschung steht.

Immer wieder muss betont werden, dass *Aktivität* den Aufbau von Vernetzung fördert, *Passivität* jedoch den Abbau.

Lernen ist auf Dauer am effektivsten,
wenn es durch Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit des Lernenden geprägt ist.

Selbstständigkeit

Selbstständige Kinder lernen erfolgreicher als ängstliche, da sie von außen vorgegebene Ziele als erreichbar einschätzen und sie (für ihre Person) als wichtig annehmen. Dies hat zur Folge, dass sie sich konsequenter und intensiver mit der Situation beschäftigen. Sie setzen sich stärker für ihre Ziele ein und freuen sich auf das zu Lernende und über das Gelernte, da sie sich ja selbst dafür entschieden haben, diese Ziele erreichen zu wollen. Dabei machen sie die Erfahrung, dass es etwas Schönes ist, sich eigene Ziele zu setzen und diese auch zu erreichen.

Eltern und Lehrerinnen sollten dem Kind nur dann Hilfestellungen geben, wenn es ohne Hilfe nicht zu-recht kommt oder die Hilfe wünscht. Auch bei schwierigen Situationen sollten sie ihre Überlegenheit zurückhaltend einsetzen. Das Kind soll Vertrauen in seine eigenen Fähigkeiten gewinnen.

Die Lehrerin sollte dem Kind immer ihre Bereitschaft zu Hilfe und Zuwendung zeigen. Sie soll auch deutlich machen, dass sie Vertrauen in die Fähigkeiten des Kindes hat.

Es ist wichtig, dass das Kind auf eine gute Art und Weise lernt, sowohl seine Grenzen als auch seine Stärken einzuschätzen und damit selbstständig umzugehen.

Selbsttätigkeit

Tennis oder Fußball lernt man nicht allein durch Zuschauen, man muss selbst Tennis oder Fußball spielen. Eine solche Aussage gilt nicht nur für sportliche Bereiche, sondern auch für Erfahrungen und Wissen. Selbsttätigkeit ist gerade für kleine Kinder unerlässlich. Daher ist auch das Selbst- und Mitgestalten des Kindes in den Lerneinheiten von zentraler Bedeutung. Es gibt viele Erfahrungen die ein Kind einfach selbst machen muss, um sie im Gedächtnis auf Dauer zu verankern.

Welches Ausmaß an Selbsttätigkeit den Kindern zugemutet werden kann, hängt natürlich von der Schwierigkeit der Lernsituation und vom Entwicklungsstand des Kindes ab. Welche Hilfen dem Kind gegeben werden, muss ständig neu abgewogen werden, damit das Kind Erfolge erlebt und nicht den Mut verliert.

Es ist wichtig, das richtige Maß zu finden zwischen Anleiten durch die Lehrerin
und dem selbsttätigen Erkunden durch das Kind.

Man sollte dem Kind Zeit lassen, eine Situation erst selbst auszuprobieren. Dadurch kann es Lösungen finden, die seinem Entwicklungsstand angemessen sind. Auch wird es die ganze Situation mit guten Gefühlen von Sicherheit und Stolz verbinden.

Zur Auswirkung ständiger Korrekturen

In einer Versuchsreihe ging es um das Lernen einer bestimmten Bewegung im Sport. Von zwei Übungsgruppen erhielt die *erste* ständig Rückmeldungen vom Trainer über die Genauigkeit der Ausführung, die *zweite* nur nach jedem zweiten Versuch.

Während der *Übungsphase* waren beide Gruppen etwa *gleich* erfolgreich. Untersuchte man jedoch die Leistungen *nach einer Pause* von zwei Tagen (ohne Übungen), so zeigte die *zweite* Gruppe wesentlich bessere Leistungen.

Dieses Ergebnis lässt sich so verstehen: Wird dem Übenden *ständig* gesagt, was richtig und was falsch ist, so sieht sein Gehirn keine Veranlassung, Fehler selbst zu erkennen, zu beurteilen und zu reagieren. Bei sparsameren Korrekturen durch einen Trainer entwickelt das Gehirn ein eigenes System zum Erkennen von Fehlern und weiß sich dann auch selbst zu helfen.

Systematischer Drill, der den Lernenden ständig unter Kontrolle hält ist *nur kurzfristig* erfolgreich.

Will man dauerhafte Lernerfolge erzielen, so wählt man besser eine Methode, die dem Lernenden hilft, aber diese Hilfen nur sparsam einsetzt.

Ständige Hilfestellungen führen zu kurzfristigen Leistungssteigerungen, doch stellt sich ein langfristiger Lernerfolg nur dann ein, wenn Gelegenheit besteht, Fehler *selbst* zu erkennen und sich auch *selbst* zu korrigieren.

3. Variation der Darstellungsform – oder die Stufen zur Abstraktion

Drei verschiedene Formen der Darstellung von Wissen, die vom Konkreten zum Abstrakten führen, gelten als grundlegend für den Aufbau und die Verinnerlichung des Zahlbegriffs und von mathematischen Operationen. Es sind dies die **enaktive**, die **ikonische** und die **symbolische** Form der Darstellung.

Die enaktive Form

Die enaktive Form der Darstellung vollzieht sich durch eine **Handlung**. Sie ist in diesem Curriculum die wichtigste und häufigste Art, wie ein Kind sein Wissen vom „Zahlenland“ ausdrückt.

Beispiele: Das Kind nimmt zwei Bälle und bringt sie zur Wohnung der ZWEI. Das Kind macht die Fehler des Fehlerteufels wieder rückgängig. Das Kind baut für die SIEBEN einen Würfelturm. Das Kind geht auf dem Zahlenweg.

Die Beispiele zur enaktiven Form der Darstellung zeigen deutlich, dass eine Handlung immer mit *Wahrnehmung* verbunden ist. Auf diese enge Verbindung von Bewegung und Wahrnehmung, z. B. gehen, sehen und hören, haben wir bei der Entwicklung des Curriculums immer wieder großen Wert gelegt.

Handlungen mit konkretem Material müssen sorgfältig geplant werden, wenn es den Kindern gelingen soll, ihre Aufmerksamkeit auf die der Handlung innewohnende mathematische Struktur zu richten. Diese Fokussierung der Aufmerksamkeit kann gefördert werden durch geeignete sprachliche Begleitung der Handlung und durch Verwendung speziell entwickelter Lernmittel. Diese sollen konkrete Handlungssituationen repräsentieren können, gegenüber den Alltagsgegenständen aber vereinfacht sein, die relevanten mathematischen Aspekte hervorheben und so die Abstraktion von unwesentlichen Merkmalen erleichtern.

Die ikonische Form

Die ikonische Form der Darstellung verwendet **Bilder**. Sie ist ein unerlässliches Hilfsmittel, das im Curriculum in vielerlei Gestalt auftritt.

Beispiele: Punktebilder der Zahlen auf dem Spielwürfel, auf dem Zahlenweg und auf den Zahlständern, Darstellungen an den Toren und den Schildern zu den Zahlenländern, vor allem aber bildliche Darstellungen bei den Übungen mit dem Zahlenbuch.

Die symbolische Form

Die symbolische Form der Darstellung benutzt **Zeichen**. Sie repräsentiert die abstrakte Sprache der Mathematik, von der jedoch im Curriculum nur die einfachsten Elemente auftreten.

Beispiele: Die Ziffern (Zahlzeichen) auf den Fähnchen und auf dem Zahlenweg, Zeichen auf Symbolkärtchen im Geometrischen Vorkurs.

Der Übergang von der ikonischen zur symbolischen Form ist fließend. Ein Bild kann so weit vereinfacht sein, dass der konkrete Gehalt verschwindet und nur noch eine Bedeutung (ein Begriff) übrig bleibt.

Für die Entwicklung des Zahlbegriffs sind alle drei Formen der Darstellung notwendig. Der Lernprozess beginnt bei Kindern immer mit der enaktiven Form (Handlungen, eng verbunden mit Wahrnehmung), wird vertieft durch die ikonische (Bilder) und konzentriert sich in der symbolischen (Zeichen mit Bedeutung).

Aus der Sicht der Neurodidaktik

Die drei Darstellungsformen, die J. S. Bruner (geb. 1915) in die Pädagogische Psychologie eingeführt hat, behalten aus der Sicht der Neurodidaktik ihre Bedeutung, wenn man die ständige Mitwirkung der *Wahrnehmung* beachtet. In den Netzwerken des Gehirns baut sich ein „Bild“ von den Zahlen auf, das zunächst durch Handlungen und durch die Sinneseindrücke (Sehen, Hören, Tasten, usw.) verursacht wird und sich immer mehr von Unwichtigem befreit, um sich auf die abstrakten Konzepte des Denkens zu verdichten. Wir müssen an dieser Stelle auf eine detailliertere Schilderung verzichten.

Anregende Vielfalt und stabile Ordnung

Die Lernumwelt, die das Curriculum für die Kinder aufbaut, umfasst sowohl eine anregende Vielfalt als auch eine stabile Ordnung.

Die Vielfalt zeigt sich vor allem in den Handlungen (enaktive Form), die das Kind ausführt: zahlreiche Aktivitäten im Geometrischen Vorkurs Möblierung der Wohnungen und Begrüßung der Zahlen im Zahlenhaus, Gehen auf dem Zahlenweg, Lieder, Spiele, Arbeiten mit dem Zahlenbuch, usw.

Die Bilder (ikonische Form) nehmen einen Platz zwischen Vielfalt und Ordnung ein. Auf der einen Seite spiegeln sie den Reichtum der Lebenswelt, zum anderen sollen sie diesen Reichtum konzentriert abbilden: Kärtchen mit rotem Fleck für alle roten Dinge, fünf Punkte für alle Mengen aus fünf Objekten, ein Käfer mit seinen sechs Beinen für das Auftreten der Zahl 5, usw.

Die Vielfalt der Welt, wie sie sich in den Handlungen und Bildern zeigt, muss durch den Lernprozess des Kindes in die Ordnung der Mathematik münden, die sich in deren Symbolen verdichtet: Ziffern, Rechenzeichen, geometrische Figuren, Fachsprache, usw.

Es ist die professionelle Kunst der Lehrerinnen und Lehrer, das Lernen der Kinder so zu begleiten, dass sich aus der Vielfalt der Aktivitäten und Bilder die Ordnung und Kraft der mathematischen Symbole ergibt.

4. Lernen in Zusammenhängen

Dass Lernen grundsätzlich in Zusammenhängen stattfindet, entspricht dem Bild von einer dichten Ver-
netzung, das wir uns vom Gehirn machen müssen (vgl. 5. Kapitel).

Lernen findet grundsätzlich in Zusammenhängen statt.

Selbst wenn wir wollten, könnten wir unser Wissen nicht isoliert, in einzelne Schubladen verteilt, ab-
speichern.

Es folgen Anmerkungen, die verschiedene Aspekte des „Lernens in Zusammenhängen“ beleuchten.

Zusammenhänge schaffen (durch räumliche und zeitliche Nähe)

Die jeweilige Lernsituation sollte so beschaffen sein, dass sich die einzelnen Elemente in ihren inhaltli-
chen Zusammenhängen auch im Kopf abbilden.

Solche Zusammenhänge werden vom Gehirn geschaffen, wenn die Elemente
in konstanter räumlicher Nähe oder wiederholt in zeitlicher Nähe auftreten.

So ist es beim Zählen (z. B. von eins bis fünf) wichtig, das richtige Tempo zu wählen, damit diese fünf
Zahlwörter aneinander gebunden werden und dadurch im Kopf nach und nach eine Einheit bilden. Ein
solcher Abschnitt der Zahlwortreihe (im Beispiel: eins bis fünf) sollte wie eine zusammenhängende
„Melodie“ im Gedächtnis zur Verfügung stehen. Zu beachten ist das *richtige* Tempo: Auf der einen
Seite sollte das Kind die einzelnen Zahlwörter konzentriert aussprechen und auf der anderen Seite
sich aufmerksam den Zusammenhängen zuwenden.

Die konstante räumliche Nähe (der Zahlen mit ihren Eigenschaften) ist beim Zahlenweg und im Zah-
lenhaus gewährleistet.

Orientierung geben

Ein „Lernen in Zusammenhängen“ benötigt „Markierungspunkte“, die zuverlässig und dem Kind ver-
traut sind. Ohne solche Punkte kann der Eindruck entstehen, dass alles mit allem uferlos und rätselhaft
zusammenhängt.

Kinder brauchen Orientierung:
im räumlichen Umfeld, im Fluss der Zeit und im eigenen und fremden Verhalten.

Dieses Grundbedürfnis der Kinder nach Verlässlichkeit prägt das Curriculum durch alle 40 Lernein-
heiten hindurch: gleich bleibender Aufbau der Lerneinheiten, Rituale der Begrüßung und der Verab-
schiedung (zwischen Lehrerin und Kind sowie zwischen Lehrerin/Kind und den Zahlen, gleich bleiben-
de Materialien (Reifen, Fliesen, usw.), Zahlenhaus, Zahlenweg und Zahlenländer mit festen Struktu-
ren.

Hirnforschung (Zusammenhang von Zahlvorstellung und Raum)

Der (berühmte) russische Neuropsychologe A. R. Lurija ist (auf der Grundlage seiner Untersuchungen
hirnverletzter Menschen) davon überzeugt, dass sich unsere Zahlvorstellungen auf ein *räumliches* Ko-
ordinatensystem stützen. Auf der Basis dieses räumlichen Netzes entsteht ein Komplex von Verbin-
dungen, die durch das Dezimalsystem geprägt sind. Das Dezimalsystem, das (in unserem Curriculum)
im Zahlenhaus und auf dem Zahlenweg geometrisch abgebildet ist, bildet die Grundlage des Zahlbe-
griffs und der Operationen, die mit den Zahlen durchgeführt werden.

Der Hirnforschung ist schon seit längerem der Zusammenhang zwischen Rechenfertigkeit und -fähigkeit
einerseits und dem räumlichen Vorstellungsvermögen andererseits bekannt.

Darüber hinaus wurde die enge Verbindung zwischen einer allgemeinen mathematischen Begabung und räumlichem Vorstellungsvermögen in verschiedenen empirischen Untersuchungen nachgewiesen: Kinder, die mathematisch begabt sind, schneiden bei den Tests zum räumlichen Vorstellungsvermögen überdurchschnittlich gut ab, während mathematisch nur mittelmäßig begabte Kinder deutlich schlechter abschneiden, auch wenn ihr IQ insgesamt sich von den mathematisch Begabten nicht unterscheidet.

Gestaltpsychologie

Auf die Bedeutung der Gestaltpsychologie für die Gestaltung einer „hirngerechten“ Lernumgebung haben wir schon an mehreren Stellen des Curriculums hingewiesen.

Auch die Gestaltpsychologie ist bereits seit Anfang des 20. Jahrhunderts (seit ihrer Gründung) davon überzeugt, dass die mentale Repräsentation einer Zahl (in unserem Gehirn) notwendigerweise mit einer räumlichen Vorstellung verbunden ist.

Insgesamt hat die Gestaltpsychologie, deren Ergebnisse von der modernen Hirnforschung gestützt werden, grundlegende Erkenntnisse zum „Lernen in Zusammenhängen“ gewonnen: Begriff „Gestalt“, Figur-Grund, Gestaltgesetze, usw. (vgl. 4. Kapitel).

Gefühle stiften Zusammenhänge

Dass Erfolg und Freude das Lernen erleichtern, Unlust und Abneigung es jedoch behindern, ist Lehrern und Schülern wohl bekannt.

Hier möchten wir auf eine andere Eigenschaft von Gefühlen hinweisen: Gefühle stiften Zusammenhänge. Da Gefühle stets eine gewisse Dauer haben – man befindet sich einige Zeit in lustloser oder in froher Stimmung – überträgt sich das vorherrschende Gefühl auf alle aktuellen Tätigkeiten und Sachverhalte und verbindet sich auch in der Erinnerung damit.

So besteht die Gefahr, dass ein Kind, *ungute* Erfahrungen bei *einer* (vielleicht noch unwesentlichen) Aufgabe auf das *ganze* Thema überträgt und dann auch solche Aufgaben meidet, die es eigentlich gut lösen könnte. Es gehört zur pädagogischen Kunst, ein Kind zu fordern, ohne es zu überfordern.

Entsprechend überträgt sich eine fröhliche und schwungvolle Stimmung, die zu Beginn einer Lerneinheit geherrscht hat, auf die ganze Zeit und verbindet sich mit dem Thema.

5. Das Spiralprinzip

Das Spiralprinzip besagt: Man sollte mit der Behandlung eines Themas *nicht* warten, bis ein Kind in seiner Entwicklung so weit ist, sich das Thema *voll* anzueignen. Vielmehr kann man schon *vor* dieser Zeit mit dem Thema beginnen, wenn es gelingt, seinen Kern in einer solchen (vereinfachten) Form zu behandeln, dass das Kind wesentliche Punkte versteht.

Nach dem Spiralprinzip wird also das gleiche Thema mehrmals auftreten, immer jedoch der Entwicklungsstufe und dem Wissensstand des Kindes angepasst. Von Stufe zu Stufe nehmen Schwierigkeitsgrad, Abstraktionsniveau und inhaltlicher Umfang zu. So wird auf bereits Bekanntem und früher Gelerntem aufgebaut und mit erweiterten Lerninhalten in einem kontinuierlichen Lernprozess (wie bei einer nach oben laufenden Spirale) fortgefahren.

Ein Blick auf die Tabellen zu den 40 Lerneinheiten in Abschnitt 1.3 zeigt, dass wir in diesem Curriculum dem Spiralprinzip gefolgt sind.

Aus der Sicht der Neurodidaktik

Das Lernen in Stufen und die Wiederholung auf immer „höherem“ Niveau, wie es vom Spiralprinzip gefordert wird, findet eine Entsprechung in der Informationsverarbeitung des Gehirns, die über drei Zonen erfolgt: primäre Zone, sekundäre und tertiäre Zone. Erst in der dritten Zone bilden sich allgemeine Konzepte, wie sie sich z. B. in der Sprache und in der Mathematik zeigen.

Eine genauere Analyse zeigt, dass das Anliegen des Spiralprinzips mit unserem Verständnis von der Arbeitsweise des Gehirns im Einklang ist, dass jedoch das anschauliche Bild von einer *Spirale* durch die Vorstellung von einem *Netzwerk* ersetzt werden müsste, das die erwähnten drei Zonen der Informationsverarbeitung berücksichtigt.

6. Spielen, Erkunden und Nachahmen

Für kleine Kinder stellen Spielen, Erkunden und Nachahmen den wesentlichen Inhalt ihres Lebens dar. Alle drei Verhaltensweisen sind *angeborene* Formen des Lernens und dienen dem Erwerb von Wissen und der Entwicklung motorischer Fertigkeiten. Sie sind unabhängig von den „Ernstfällen“ des Lebens und können sich ungestört nur in einer entspannten Atmosphäre entfalten. (Tierkinder beenden sofort Tätigkeiten des Spiels, Erkundens und Nachahmens, wenn Gefahr droht.)

Spielen, Erkunden und Nachahmen der Kinder sind angeborene Verhaltensweisen, die dem Erwerb von Erfahrungen dienen.

Neugier als Antrieb

Kinder sind neugierig, sie spielen und erkunden aus *eigenem* Antrieb. Sie ahmen Verhaltensweisen ihrer Eltern und anderer Personen ohne Aufforderung nach.

Spielen

Spielen wird häufig nur mit Spaß und Abenteuer in Verbindung gebracht. Doch ist es mehr als Zeitvertreib. Es beinhaltet eine Fülle von Lernmöglichkeiten. Spielen ist eine umfassende Betätigungsweise des Menschen, in der Denken, Handeln, Fühlen und Sprechen zum Tragen kommen.

Erkunden

Erkunden ist für dieses Curriculum eine Grundtätigkeit, die von der Selbstständigkeit der Kinder (angetrieben durch ihre natürliche Neugier) ausgeht, aber auch Selbstständigkeit fördert.

Nachahmen

Nachahmen setzt sorgfältige Beobachtung voraus und gelingt nur durch eigenes und hartnäckiges Probieren.

Blockweises Üben

In einer Versuchsreihe ging es um das Lernen unterschiedlicher Bewegungen. Die eine Gruppe übte jede Bewegung als „Block“: erst gründlich die erste Bewegung, dann die nächste, anschließend die dritte usw., während die zweite Gruppe „durcheinander“ übte: ständig wechselnd in zufälliger Reihenfolge. Als beide Gruppen gleich lange geübt hatten, wurden die Leistungen gemessen. Ihre Ergebnisse waren vergleichbar, also *keine* Methode war der anderen überlegen. Doch zeigten sich nach einer Pause *ohne* Training deutliche Unterschiede: Die *zweite* Gruppe, die *durcheinander* trainiert hatte, erwies sich als *erfolgreicher*.

Noch einmal: Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit

Das (überraschende) Ergebnis der Versuchsreihe zum blockweisen Üben lässt sich aus der Sicht der Hirnforschung gut verstehen: Bei der zweiten Methode (*nicht* blockweise) ist das Gehirn stärker gefordert, die unterschiedlichen Bewegungen *selbständig* zu organisieren und zu koordinieren. Dies führt zu einer Vernetzung, die deshalb stabiler ist, weil sie in das vorhandene Umfeld eingepasst werden konnte.

Wir haben festgestellt, dass Spielen, Erkunden und Nachahmen von den „Ernstfällen“ des Lebens unabhängige Strategien des Erfahrungserwerbs sind. Doch bereiten sie auf die „Ernstfälle“ vor, auch dadurch, dass alle drei Verhaltensformen viel Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit erfordern.

7. Exemplarität

Das Exemplarische ist ein Prinzip der quantitativen Reduktion und der qualitativen Verdichtung.

Quantitative Reduktion: An *einem* typischen Beispiel werden stellvertretend *viele* ähnliche Sachverhalte erarbeitet. „Bring mir 5 Bälle, 5 Steine, 5 Kugeln usw.“

Qualitative Verdichtung: Am *besonderen* Fall werden *allgemeine* Einsichten über den entsprechenden Phänomenbereich erworben. „Wie bekommst du heraus, was $4 + 3$ gibt?“

8. Situationsbezogenheit

Nach diesem Prinzip strebt man an, das Lerngeschehen auf die erfolgreiche Bewältigung konkreter Situationen hin anzulegen und das Bestehen von Problem-Situationen als wesentliche Leistung herauszustellen.

Schließlich richten wir unsere Arbeit an neurodidaktischen Prinzipien aus (Kapitel 6).

Zwei Zugänge zu den Zahlen (Gerhard Preiß, April 2010)

Es gibt zwei unterschiedliche Zugänge der Kinder zu den Zahlen:

1. über die **Sinne**: Wahrnehmung von Gruppierungen
2. über die **Sprache**: Zählen

Welcher Zugang steht den Kindern als Erstes zur Verfügung?

Angeborene Fähigkeiten

Beide Zugänge zu den Zahlen beruhen auf Fähigkeiten, die dem Menschen (im Gegensatz zu den Tieren) angeboren sind.

Ihre Entwicklung gelingt jedoch nur durch **Lernen**: in aktiver Wechselwirkung mit der Umwelt durch Anwendung und durch viele Wiederholungen.

Bei **Nichtgebrauch** in der Kindheit: Gefahr der eingeschränkten Entwicklung, die später nur erschwert oder nur teilweise nachgeholt werden kann.

1. Der Zugang über die Sinne: Simultanerfassung

Die Fähigkeit zur Wahrnehmung von Gruppierungen (durch die Sinne) zeigt sich **früh** in der Kindheit – lange **vor** dem Gebrauch der Sprache.

Die **Gestaltgesetze**, die für die Wahrnehmung von Gruppierungen gelten, wurden bereits vor 100 Jahren von der Gestaltpsychologie entdeckt, z. B.:

- Gesetz der Nähe
- Gesetz der bekannten Gestalt (Dreieck, Viereck, Punktebilder auf dem Würfel)
- Gesetz der guten Gestalt (Symmetrie)
- Gesetz der Gleichartigkeit (Größe, Farbe, Form)

Simultanerfassung

- im engen Sinn: Auf **einen** Blick vermag der Mensch bis zu 5 Dinge erfassen.
- im erweiterten Sinn: Auf den **zweiten** Blick auch 6 bis 10 Dinge, wenn er mit den Zerlegungen in 1 bis 5 vertraut ist.

Vgl. **Experimente** mit Steinchen: Pack die Zahl! Wie viele?

2. Der Zugang über die Sprache: Zählen

Das Zählen ist an die Entwicklung der Sprache gebunden.

Beim Zählen werden die Namen der Zahlen der Größe nach aufgesagt.

Zählen setzt jedoch keinerlei Verständnis von der Bedeutung der Zahlen voraus.

Wichtig: Flexibles (intelligentes) Zählen in enger Verbindung mit Bewegung und Wahrnehmung (wie im „Zahlenland“ beim Zahlenweg)

Gefahr des zählenden Rechnens

Rechenschwache Kinder rechnen i. allg. „zählend“. Fast immer fehlen klare Vorstellungen von den Zahlen!

Eine Überbetonung des Zählens (in der Kindheit) behindert die Entwicklung der Simultanerfassung und birgt die Gefahr von Rechenschwäche.

Hinweis auf Werk Nr. 8 Training der Lehrerinnen

In Werk Nr. 8 **Training der Lehrerinnen** beschäftigt sich Kapitel 5 mit der „Neurodidaktik als wissenschaftlicher Hintergrund des Curriculums“. Dort finden sich im 8. Abschnitt Ausführungen zur **Wahrnehmung**. Kapitel 4 schildert die Bedeutung der **Gestaltpsychologie** für das Projekt.

Anmerkungen zur Wahrnehmung

In jedem Augenblick unseres wachen Daseins sind die Sinne tätig, um uns über die Außenwelt zu informieren. Was uns jedoch als Wahrnehmung bewusst wird, unterscheidet sich stark von der Summe der Empfindungen, die jene Reize allein bewirken könnten.

Wahrnehmung kann als ein aktiver Such- und Konstruktionsprozess beschrieben werden:

Der **aktive** Charakter der Wahrnehmung zeigt sich durch Aufmerksamkeit und Bewegung (Bewegen der Augen, des Kopfes, Zeigen, Greifen, Annähern usw.). Je jünger Kinder sind, desto ausgeprägter müssen solche Bewegungen auf den Reiz hin erfolgen.

Die eintreffenden Reize veranlassen das Gehirn, im Gedächtnis nach früheren Erfahrungen zu **suchen**, die zur aktuellen Situation passen. Aus den neuen Informationen und aus den gespeicherten alten Informationen **konstruiert** das Gehirn die Wahrnehmung.

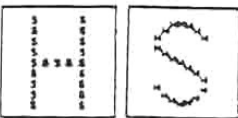
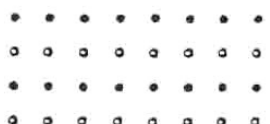
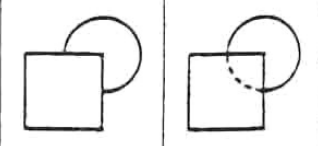
Dabei **verändert** im Akt der Wahrnehmung – gezielte Aktivität, Suchen im Gedächtnis und Konstruktion einer Deutung – das Neue immer das Alte.

Analysiert man den Wahrnehmungsprozess genauer, so erkennt man, dass er eng mit **Aufmerksamkeit** sowie mit **Motivation** und **Emotion** verbunden, in denen unsere persönlichen Ziele und Werte ihren Ausdruck finden (vgl. Lernen 3).

Gestaltpsychologie

Die Gestaltpsychologie hat durch den Begriff der **Gestalt** und durch die **Gestaltgesetze** einen bedeutsamen Beitrag zum Verständnis der Wahrnehmung geleistet.

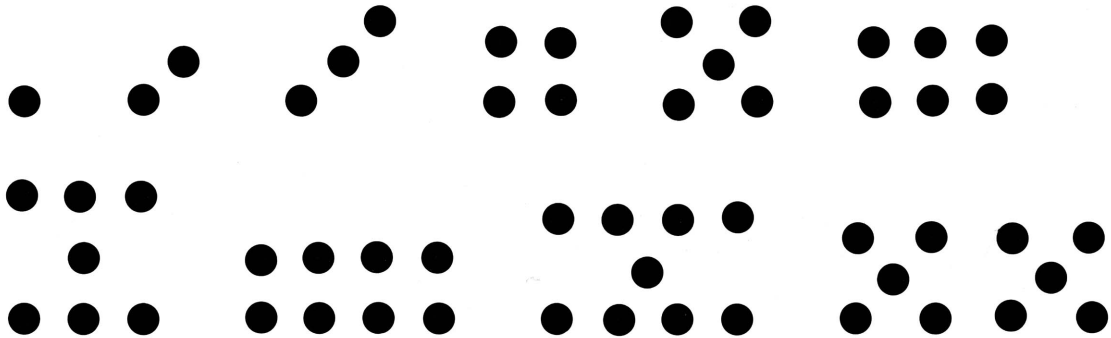
Auf der nächsten Seite sind **zehn wichtige Gestaltgesetze** genannt und durch je ein Beispiel aus der visuellen Wahrnehmung erläutert.

Das Ganze dominiert die Wahrnehmung. Erst bei näherer Betrachtung erkennt man, daß „S“ und „H“ selbst aus Buchstaben zusammengesetzt sind.	
Figur – Grund – Aufteilung Abwechselnd stellt die weiße und schwarze Fläche den Hintergrund dar.	
Gesetz der Nähe Man sieht Spalten.	
Gesetz der Geschlossenheit Die Umrißlinie erschwert das Lesen von „men“ (an horizontaler Achse gespiegelt)	
Gesetz der Gleichartigkeit Es sind Zeilen zu sehen.	
Gesetz der guten Fortführung Man sieht zwei durchgehende Linien.	
Gesetz der Konvexität Die schwarze Fläche dominiert.	
Gesetz des Zusammenhangs Die Punkte sind für das Auge paarweise geordnet.	
Gesetz des Symmetrie Die symmetrischen (weißen) Figuren stechen hervor.	
Gesetz der guten Gestalt Man vermutet einen teilweise verdeckten Kreis.	

Unsere Wahrnehmung und unser Denken wird von Gestaltgesetzen geprägt, die darauf hinwirken, dass sich die größtmögliche oder prägnante Ordnung durchsetzt: das einfache, regelmäßige, gleichartige, symmetrische, geschlossene, nahe, zusammenhängende, passende.

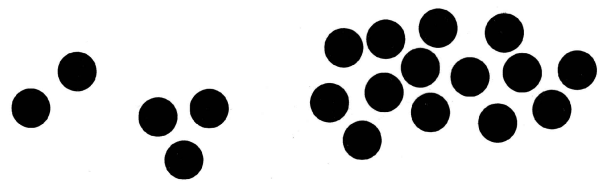
Die Kenntnis dieser Gesetze hilft uns, die Lernumgebung der Kinder bewusst so zu gestalten, dass „Gestalten“ auf natürliche Art wahrgenommen und durch Zahlen beschrieben werden können.

Würfelbilder für die Zahlen von 1 bis 10: **Gestalten** (Gesetz der Nähe)



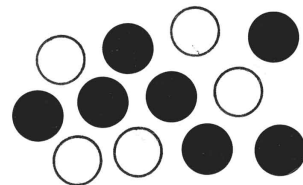
Hier sind zwei Plättchen, noch einmal drei Plättchen und dort liegen viele Plättchen.

Gesetz der Nähe



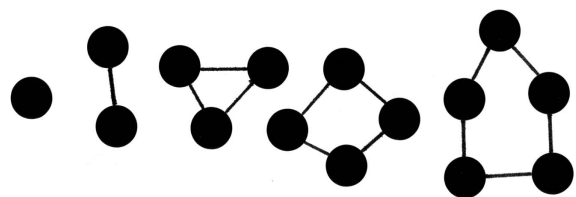
Ich sehe sieben schwarze und fünf weiße Spielsteine.

Gesetz der Gleichartigkeit



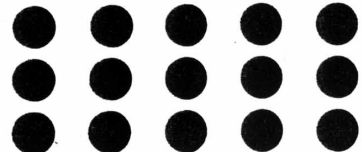
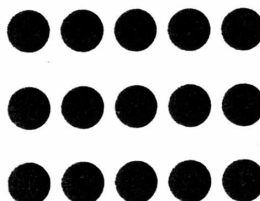
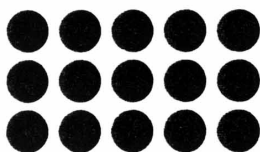
Ich sehe eine Kugel, dann zwei, drei, vier und fünf Kugeln und Stäbe dazwischen.

Gesetz des Zusammenhangs



3 x 5

5 x 3



Gesetz der Nähe



Begrüßung und Verabschiedung in der Zahlenschule

Die »Begrüßung in der Zahlenschule« ist das erste Strukturelement aller Lerneinheiten des Projekts »Entdeckungen im Zahlenland«. Wie jedes Strukturelement beinhaltet es wiederkehrende Handlungssituationen, die sich im Laufe des Projekts und mit dem wachsenden Erfahrungsschatz der Kinder weiterentwickeln.

Begrüßung der Kinder und Frage nach der Anzahl

Die Kinder werden von der Erzieherin mit einer gleichbleibenden Formel begrüßt: »Liebe Kinder, ich begrüße euch in der Zahlenschule.«

Bevor die Erzieherin jedoch mit der eigentlichen »Zahlenschule« beginnt, möchte sie erst wissen, wie viele Mädchen und wie viele Jungen, später noch wie viele Kinder insgesamt da sind. Die Kinder erfahren im Verlauf von Zahlenland 1, wie diese Fragen beantwortet werden können und lernen unterschiedliche Lösungswege kennen.

Wie viele Mädchen und wie viele Jungen sind in der Zahlenschule?

Zum Abzählen der Mädchen und Jungen, stehen erst alle Mädchen und dann alle Jungen auf. Ist ein Kind gezählt, setzt es sich hin.

In der ersten Lerneinheit macht die Erzieherin diese Methode vor. Danach zählt immer ein Junge die Mädchen und ein Mädchen die Jungen.

Anmerkungen zum Abzählen durch Aufstehen und Hinsetzen

Weshalb aufstehen? Alle sollen deutlich sehen, wie viele Mädchen und wie viele Jungen in der Zahlenschule sind.

Weshalb nach dem Zählen sich hinsetzen? Durch das Hinsetzen weiß und zeigt jedes Kind, dass es gezählt ist. Durch den Zählakt wird jedem (zu zählenden) Objekt genau ein Zahlwort zugeordnet. Das letzte Zahlwort gibt die gesuchte Anzahl an.

Das Ergebnis feststellen: Wichtig ist die ausdrückliche Nennung des Ergebnisses nach dem Zählen, z. B. »Sieben Mädchen!« – auf keinen Fall nur »Sieben!« – und am Ende des gesamten Ergebnisses, z. B. »Sieben Mädchen und sechs Jungen!«.

Nachahmen: Beim ersten Mal hat die Erzieherin selbst (ohne Erklärungen) die Mädchen und Jungen gezählt. Die Kinder sollen nun diese Methode (Aufstehen und Hinsetzen) genau übernehmen. Diese Fähigkeit, aufmerksam zu beobachten und nachzumachen, ist eine Methode des Lernens, die bei den Entdeckungen im Zahlenland eine wichtige Rolle spielt.

Gedächtnis: Immer wieder sollte die Erzieherin das Erinnerungsvermögen der Kinder ansprechen und trainieren.

Vergleichen: Beim Vergleichen der neuen Ergebnisse mit den alten (vor einer Woche) sollten auf natürliche Art die Begriffe »gleich viele«, »weniger« und »mehr« benutzt werden.

Wie viele Kinder sind insgesamt in der Zahlenschule?

Die zusätzliche Frage, wie viele Kinder insgesamt in der Zahlenschule sind, kann wie bisher durch Abzählen beantwortet werden. Die Antwort kann aber auch ohne Zählen durch »Rechnen« gefunden werden. So wird ein Verständnis für den Begriff des »Rechnens« vorbereitet.





Gespräch mit den Kindern über »Rechnen«

Erzieherin: »Jetzt möchte ich aber noch wissen, wie viele Kinder heute insgesamt in der Zahlenschule sind!«

Die Kinder überlegen und verständigen sich auf ein Ergebnis.

Erzieherin: »Wie können wir prüfen, ob das auch richtig ist?«

Kinder: »Wir zählen noch einmal, aber jetzt alle Kinder.«

Ein Kind überprüft das Ergebnis, indem es alle Kinder laut zählt. Dazu stehen alle Kinder auf und setzen sich, sobald sie gezählt sind.

Erzieherin: »Also gut, es stimmt. Das haben wir jetzt durch Abzählen herausgefunden. Ich finde das aber ein bisschen umständlich. Wisst ihr, wie die Schulkinder das machen?«

Die Kinder wissen es wahrscheinlich nicht.

Erzieherin: »Sie zählen nicht alle Kinder noch einmal, sondern überlegen im Kopf. Das nennen sie Rechnen. Wer von euch kann denn auch schon rechnen?«

Die Kinder erzählen und nennen Beispiele: »Zwei und zwei gibt vier.«

Die Erzieherin bestätigt das Beispiel und berichtet, dass die Schulkinder dafür »Zwei plus zwei gibt (gleich) vier« sagen.

Falls die Kinder keine Beispiele nennen, kann die Erzieherin selbst zwei einfache aufführen und berichten, wie die Schulkinder dazu sprechen: »Zwei plus eins gibt drei.« oder »Drei plus drei gleich sechs.«

Wie viele Kinder insgesamt? Lösung am Modell

Durch die Frage nach der Anzahl aller Kinder lernen die Kinder zudem ein Verfahren kennen, wie man mit geeignetem Material zu einer Antwort auf diese Frage kommt, ohne die Kinder zählen zu müssen.

Die Erzieherin holt eine Schachtel mit gleich großen blauen und roten Bauklötzen (oder andere Farben). Sie bittet einen Jungen: »Es sind heute sieben Mädchen. Kannst du für jedes Mädchen einen roten Bauklotz auf den Boden legen?«

Der Junge sucht sieben rote Bauklötze heraus. Die Erzieherin schlägt vor, fünf davon »so wie beim Würfel« hinzulegen. Die beiden, die übrig bleiben, können in kleinem Abstand daneben gelegt werden.

Ein Mädchen darf dasselbe mit den blauen Bauklötzen für die sechs Jungen machen. Die sechs Bauklötze kann sie als Fünfergruppe legen mit einem einzelnen daneben.

Erzieherin: »Wie finden wir jetzt heraus, wie viele das zusammen sind?«

Mit Hilfe der beiden Hände stellen die Kinder fest, dass die beiden Gruppen von je fünf Bauklötzen zusammen zehn ergeben. Die drei übrige dazu ergeben insgesamt 13 Bauklötze.

Kinder: »Heute sind 13 Kinder in der Zahlenschule.«

Das Ergebnis kann durch Abzählen überprüft werden.

Verabschiedung aus der Zahlenschule

Auch die Verabschiedung am Schluß jeder Lerneinheit sollte als »Ritual« gepflegt werden. Die Erzieherin bildet mit den Kindern einen Kreis und sagt den Abschiedsspruch, den bald alle auswendig wissen, auf.

Varianten des Abschiedsspruchs finden Sie in den Leitfäden zu Zahlenland 1 und Zahlenland 2.

*»Eins, zwei, drei,
die Zahlenschule ist vorbei.
Vier, fünf, sechs, sieben,
gelb sind alle Rüben.
Acht, neun, zehn,
bis zum nächsten Mal,
auf Wiederseh'n.«*



Anmerkungen zur Zahl Null im Zahlenland

Gerhard Preiß, Januar. 2013

Die Zahl „Null“ ist für Schüler, Lehrer und Pädagogen kein einfaches Thema.

Ist die „Null“ überhaupt eine „Zahl“?

Bei **Adam Riese (1492 - 1559)**, der den Deutschen das Rechnen beigebracht hat, tritt die „0“ als Zeichen auf, das zum Schreiben der Zahlen und somit auch zum schriftlichen Rechnen benötigt wird. Doch besitzt die „0“ keine Bedeutung wie z.B. die „3“ oder die „7“ und wird deshalb auch nicht als **Zahl** betrachtet.

Die Kaufleute kamen lange Zeit ohne eine „Zahl“ Null aus.

Für die **Mathematik** ist die „Null“ natürlich eine Zahl – auf der gleichen Stufe wie die „Eins“. Null und Eins sind die beiden **neutralen Elemente**. Für alle Zahlen n ist 0 neutral beim Addieren: $n + 0 = n$, 1 neutral beim Multiplizieren: $n \cdot 1 = n$.

Wo und wann brauchen wir die Null?

1. Die Null als Zeichen (Ziffer)

Die Ziffer „0“ als ein **Zeichen**, das zusammen mit wenigen anderen Ziffern eine einfache Schreibweise **aller** Zahlen ermöglicht – im Dezimalsystem sind es zehn: 0, 1, 2, ..., 8 und 9 – wurde etwa 500 n. Chr. in Indien erfunden und kam durch die Araber im späten Mittelalter über Italien und Spanien nach Europa.

In unserer Zeit begegnen die Kinder lange **vor der Schule** täglich dem Zeichen „0“, das den Namen „Null“ trägt: auf Uhren, auf Computern, auf Telefonen und Handys, an Häusern, auf Preisschildern usw. Sie verstehen mühelos, dass die „0“ ein **Zeichen** ist, das zum **Schreiben** der Zahlen gebraucht wird.

Deshalb verwenden wir ohne Umstände im „**Zahlenland**“ die „0“ bei der 10 und 20.

2. Die Bedeutung der Null als Anfang, Start

Mit der Null markiert man in der Mathematik den **Anfangspunkt** des Zahlenstrahls. Hier tritt die Null unter dem **ordinalen Aspekt** der Zahlen auf, um den Beginn einer geordneten Folge von Objekten zu bezeichnen.

Der Bedeutung der Null als Anfang oder Start begegnen die Kinder auch bereits **vor der Schule**: Beim Raketenstart oder bei einem Wettlauf zählt man zurück: „..., drei, zwei, eins, Null“. Bei „Null“ startet die Rakete oder beginnt der Wettlauf. Hier ist „Null“ ein anderes Wort für **Start!** oder **Los!** Dabei kann „Null“ einen **Startplatz** bedeuten, wo der Wettlauf beginnt oder einen **Zeitpunkt**, von dem an die Uhr läuft, also sowohl **räumlich** als auch **zeitlich** gemeint sein.

Unter diesem Gesichtspunkt passt die „0“ zum Beginn des Zahlenwegs.

Beim Projekt „**Zahlenland**“ raten wir jedoch davon ab, im Kindergarten eine Fliese für die Null zu benutzen. Aus mehreren Gründen:

- Der erste Schritt beim "Gehen und Zählen" muss eindeutig auf die erste Fliese erfolgen, begleitet vom Zahlwort "Eins". Dann ist man im richtigen Takt.
- Auch für das Auge stimmt dann die Gliederung des Zahlenwegs: Nach den ersten vier roten Fliesen (1 bis 4) erreiche ich die erste gelbe Fliese (5), dann folgen wieder vier rote Fliesen (6 bis 9), dann die nächste gelbe (10) usw.
- Die Null als „Zahl“ (wie 1, 2 usw.) wäre für den Kindergarten zu früh.

In jedem Fall ist es richtig, die Null als "Startplatz" zu betrachten.

Für die Schule schlagen wir vor, einen **kleineren Reifen** für den Startplatz – den Ort der Null – zu legen. Der runde Reifen erinnert an das Zeichen „0“ und ist durch seine Andersartigkeit als besonderer Platz erkennbar. Dies könnte man auch bereits im Kindergarten so machen.

Von diesem Platz aus kann dann – später in der Schule – auf dem Zahlenweg auch in die andere Richtung zu den Minuszahlen gegangen werden.

3. Die Rolle der Null für das Rechnen

In der Grundschule wird i. Allg. die Null eingeführt, wenn die Subtraktion behandelt wird. Man betrachtet eine Folge von Minus-Rechnungen, bei denen der Subtrahend immer größer wird, z.B.: $8 - 5 = 3$, $8 - 6 = 2$, $8 - 7 = 1$, $8 - 8 = ?$ und zeigt so, dass es Sinn gibt, bei Gleichheit von Minuend und Subtrahend als Ergebnis „0“ zu schreiben: $8 - 8 = 0$.

Solche Überlegungen sind für die meisten Kinder vor der Schule zu künstlich, auch wenn man Geschichten zur obigen Folge von Minus-Rechnungen erzählen kann, z. B.:

Auf einem Baum sitzen acht Vögel. Fünf fliegen weg oder sechs, sieben oder alle acht. Wie viele sitzen noch auf dem Baum?

Will man das Verständnis für die Null als besondere und wichtige **Zahl** bereits im Kindergarten vorbereiten, dann bietet sich im „Zahlenland“ das Handlungsfeld **Zahlenhaus** an.

Beim Rechnen mit dem **Rechensack** lernen die Kinder an einfachen Beispielen:

- Wenn in den Rechensack etwas hinein getan wird, sagen die Kinder in der Schule „plus“.
- Wenn aus dem Rechensack etwas heraus genommen wird, sagen die Kinder in der Schule „minus“.

Nach solchen Handlungen wird immer wieder gefragt: *Wem gehört jetzt der Rechensack?*

Der **leere** Rechensack gehört der Zahl **Null**.
Wo jedoch im Zahlenhaus könnte die Null wohnen?
In der **Mitte**! Denn diesen Ort kann man als Anfang der Zahlenfolge 1, 2, ... betrachten.
Doch schlagen wir nicht vor, dort für die Null eine Wohnung einzurichten!

Mit Hilfe des Rechensacks könnten die Kinder einen anschaulichen Zugang zum Rechnen mit der Null gewinnen:

- In den leeren Rechensack – er gehört der Null – werden vier Bälle getan. Wem gehört jetzt der Rechensack? Der Vier!
Wie sagen die Schulkinder? *Null plus vier gibt vier.*
- Aus dem Rechensack mit drei Bällen – er gehört der Drei – werden alle drei Bälle genommen. Wem gehört jetzt der Rechensack? Der Null!
Wie sagen die Schulkinder? *Drei minus drei gibt Null.*



Der Übergang vom Kindergarten zur Grundschule

10

Unterschiede zwischen Kindergarten und Grundschule

In der folgenden Tabelle werden Unterschiede zwischen Kindergarten und Grundschule aufgeführt. Von den zwölf Gesichtspunkten sind die ersten sieben allgemeiner Natur, während sich die folgenden fünf speziell auf die Mathematik beziehen.

Gesichtspunkte	Kindergarten	Grundschule
Verbindlichkeit	Freie Wahl zum Besuch des Kindergartens	Pflicht zum Besuch mit festen Zeiten
Lernsituation	Natürliche (angeborene) Methoden: Spielen, Nachahmen, Erkunden	Künstliche Situation: Klasse, Klassenraum, Schulbuch, Heft
Bewegung	Frei	Fester Platz
Bücher	Bilderbücher: Vorlesen und anschauen	Schulbücher: Lesen, lernen, Aufgaben lösen
Ziele	Offen bei wenigen Vorgaben	Geschlossen mit genauen Vorgaben
Außenbereich	Innenbereich gleichwertig, auch Ort des Lernens	Nur für die Pausen, i. allg. kein Ort des Lernens
Persönlicher Kontakt mit der Erzieherin/Lehrerin	Jederzeit und unmittelbar, auch körperliche Nähe	Selten und mittelbar, ohne körperliche Nähe
Zahlen benennen, lesen und schreiben	Benennen (zählen) und lesen	Benennen, lesen und schreiben
Rechnungen benennen, lesen und schreiben	Die Schulkinder sagen (Beispiele): »Vier plus drei gleich sieben«	Benennen, lesen und schreiben
Methode beim Rechnen	Mit Handlung beginnen, erst am Schluss »Die Schulkinder sagen: ...«	Mit Rechenaufgabe beginnen, zur Lösung Regel, mit Vorstellung oder Handlung begleiten
Anwendungen der Zahlen und Formen	Lebendig: Pflanzen- und Tierwelt; Lebenswelt der Kinder	Sachaufgaben: auf das Problem zugeschnittene Situationen
Repräsentation von Wissen (nach Bruner)	Enaktiv (durch Handeln), ikonisch (durch Bilder), Beispiele symbolischer Formen	Systematische Einführung in die Symbolsprache der Mathematik, auch enaktiv und ikonisch

