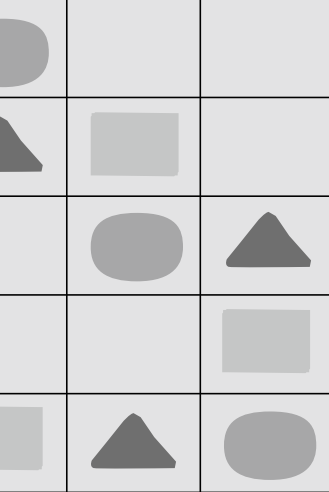




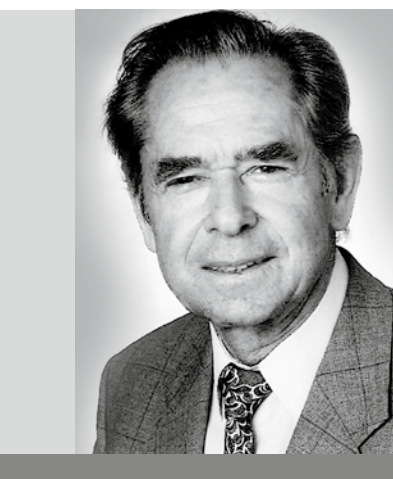
Studienheft Zahlenland 2

Frühe mathematische Bildung

Gerhard und Gabi Preiß

Inhaltsübersicht

	Vorwort	2
1	Einführung	3
	Didaktische Prinzipien	3
	Kinder mit Förderbedarf und besonders begabte Kinder	4
	Organisation	7
2	Zahlenland 2	8
	Zahlenhaus, Zahlenweg und Zahlenländer in Zahlenland 2	8
	Die Lerneinheiten im Überblick	11
	Beispiele aus »Mein Zahlenlandbuch 2«	13
	Fragen zu Zahlenland 2	14
3	Vertiefung	15
	Zählen (Zählen, Abzählen und Auszählen)	15
	Simultane Zahlerfassung	16
	Rechnen	16
	Zaubern mit Vielecken aus Stäben: Bilder der Zahlen	19
4	Ausgewählte Hinweistafeln	22



Vorwort

Die vier goldenen Jahre der Erziehung und Bildung

Diesen Spruch von Jan Amos Comenius (1592-1670) bestätigt die moderne Hirnforschung nachdrücklich und hebt die besondere Bedeutung der frühen Kindheit für die Entwicklung des menschlichen Gehirns hervor. Ich möchte die Zeit vom dritten bis zum sechsten Lebensjahr als »Die vier goldenen Jahre der Erziehung und Bildung« bezeichnen. In diesen vier Jahren wird ein Kapital für das Leben angelegt, von dessen Zinsen auch die Gemeinschaft, der wir angehören, profitieren wird.



Damit der Mensch zur Menschenwürde gebildet werden könne, hat ihm Gott die Jahre der Jugend verliehen.

J. A. Comenius



»Entdeckungen im Entenland« und »Entdeckungen im Zahlenland«

In den Projekten »Entdeckungen im Entenland« und »Entdeckungen im Zahlenland« erfahren Kinder im Alter von zweieinhalb bis sechs Jahren mathematische Bildung als ein intensives und unterhaltsames Erlebnis. Beiden Projekten liegt ein Verständnis von Erziehung und Bildung zugrunde, das eine gezielte und frühe Förderung der Kinder als Pflicht der Gesellschaft sieht und speziell mathematische Bildung für ein selbst bestimmtes Leben im 21. Jahrhundert als unerlässlich betrachtet. Dabei wird mathematische Bildung als ganzheitlicher Prozess verstanden, der weit über rein mathematische Ziele hinausgeht und jedes einzelne Kind mit seinen Begabungen anspricht und fördert.

Leitgedanken für die beiden Projekte

- Für jedes Kind ist mathematische Bildung wichtig und erreichbar.
Die Inhalte müssen wir auf den Entwicklungsstand des Kindes abstimmen und mit seiner Lebenswelt verbinden.
- Die Anlagen eines Kindes können sich nur in aktiver Wechselwirkung mit der Umwelt entfalten.
Unter dem Motto »Seid freundlich zu den Zahlen!« soll gemeinsames Lernen zum intensiven Erlebnis werden.
- Mathematische Bildung ist geeignet, alle Kräfte des Gehirns zu fördern.
Selbstständigkeit, Selbsttätigkeit und soziales Verhalten werden angestrebt, Aufmerksamkeit und Gedächtnis trainiert. Ständige Begleiter sind Sprechen und Zuhören, Musik und Bewegung, Gefühle und Phantasie.
- Frühe Bildung nutzt die Jahre des mühelosen Lernens.
Kinder lernen »natürlich« durch Spielen, Nachahmen und Erkunden.
- Angebote zur frühen Bildung müssen eine stabile Grundlage für schulisches Lernen schaffen.
Die Lerneinheiten beider Projekte besitzen eine gleich bleibende und klare Struktur, die auch für die Kinder erkennbar ist.

Ich wünsche Ihnen und Ihren Kindern bei den gemeinsamen Entdeckungen im »Entenland« und »Zahlenland« viel Erfolg und Freude.

Gerald Treß

1

Einführung

Didaktische Prinzipien

Bei der Entwicklung des Projekts »Entdeckungen im Zahlenland« wurden didaktische Prinzipien beachtet, in denen sich bewährte pädagogische Erfahrungen verdichten. Fünf dieser Prinzipien werden hier beispielhaft aufgeführt.

1. Das Prinzip Ganzheitlichkeit

Ganzheit des Kindes

Wir achten das Kind als »ganze« Person und tragen dazu bei, seine individuelle Begabung durch Lernen zu entwickeln und Kompetenz für sein Leben aufzubauen.

Ganzheit der Mathematik

Das Kind sollte die Mathematik als »Ganzes« in überschaubaren Einheiten erleben, deren Teile es nach und nach immer genauer kennen lernt.

Im Zahlenhaus, auf dem Zahlenweg und in den Zahlenländern begegnet das Kind der »Mathematik« mit seiner »ganzen« Person: mit Sehen, Hören und Anfassen, mit Sprechen und Bewegen, mit Denken und Phantasie, mit Freude und Neugier.

2. Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit

Selbstständigkeit

Selbstständige Kinder machen die Erfahrung, dass es schön ist, sich eigene Ziele zu setzen. Eltern und Lehrerinnen sollten dem Kind nur dann helfen, wenn es ohne Hilfe nicht zurecht kommt oder Hilfe wünscht. Sie zeigen deutlich, dass sie den Fähigkeiten des Kindes vertrauen, aber immer auch zur Hilfe bereit sind. So kann das Kind Vertrauen in seine eigenen Kräfte gewinnen.

Lernen ist auf Dauer am effektivsten, wenn es durch Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit des Lernenden geprägt ist.

Selbsttätigkeit

Wir alle wissen, dass man Tennis oder Fußball nicht allein durch Zuschauen lernen kann. Man muss selbst spielen. Selbsttätigkeit ist gerade für kleine Kinder unerlässlich. Man sollte einem Kind unbedingt Zeit lassen, eine Situation erst selbst auszuprobieren. Dadurch kann es Lösungen finden, die seinem Entwicklungsstand angemessen sind.

Ständige Hilfestellungen führen zu kurzfristigen Leistungssteigerungen. Doch stellt sich ein langfristiger Lernerfolg am besten dann ein, wenn unser Gehirn immer wieder Gelegenheit findet, Fehler selbst zu erkennen und sie auch selbst zu korrigieren.

3. Lernen in Zusammenhängen

Zusammenhang durch räumliche und zeitliche Nähe

Das Gehirn verknüpft Elemente, wenn sie wiederholt in räumlicher oder zeitlicher Nähe auftreten, wie es beim Zahlenhaus und Zahlenweg der Fall ist.

Lernen soll Zusammenhänge schaffen. Dies entspricht dem Bild einer dichten Vernetzung, das uns ein Blick ins Gehirn zeigt.

Verlässliche Markierungen

Lernen in Zusammenhängen benötigt »Markierungen«, die gut erkennbar sind und fest bleiben. Dies wird im Projekt durch die klare Struktur und durch viele konstante Elemente gewährleistet.

Gesetze der Gestaltpsychologie

Bei der Gestaltung der Lernumgebung werden die Erkenntnisse der Gestaltpsychologie beachtet: Figur-Grund-Unterscheidung und Gestaltgesetze wie zum Beispiel das Gesetz der Nähe, der Gleichheit, der Geschlossenheit oder der Erfahrung.

Gefühle stiften Zusammenhänge

Da Gefühle stets eine längere Dauer haben, überträgt sich das jeweilige Gefühl auf alle aktuellen Tätigkeiten und Sachverhalte und verbindet sich auch in der Erinnerung damit.

»Alles, was beim Lernen Freude macht, unterstützt das Gedächtnis.«
J. A. Comenius (1592 - 1670)

4. Das Spiralprinzip

Wir folgen in diesem Projekt dem Spiralprinzip. Die ständige Wiederholung auf ansteigenden Stufen schafft neue Zusammenhänge und fördert Selbstständigkeit und Selbsttätigkeit.

Nach dem Spiralprinzip wird das gleiche Thema mehrmals behandelt, immer jedoch der Entwicklungsstufe und dem Wissensstand des Kindes angepasst.

5. Variation der Darstellungsform

Wir unterscheiden drei Formen der Darstellung von Wissen: die enaktive, die ikonische und die symbolische Form. Lernen beginnt bei Kindern mit Handlungen (enaktiv), wird vertieft durch Bilder (ikonisch) und konzentriert sich in Zeichen (symbolisch).

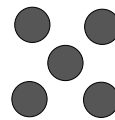
Enaktive Form

Die enaktive Form vollzieht sich durch eine Handlung. Sie ist für die Entwicklung des Zahlbegriffs besonders wichtig.



Ikonische Form

Die ikonische Form verwendet Bilder. Sie ist ein unersetzliches Hilfsmittel, das bei den »Entdeckungen im Zahlenland« in vielerlei Gestalt auftritt.



Symbolische Form

Die symbolische Form benutzt Zeichen, die eine Bedeutung haben. Sie entspricht der mathematischen Sprache, mit der die Kinder nach und nach vertraut werden sollen.



Die Vielfalt der Welt, wie sie sich in den Handlungen und Bildern zeigt, mündet bei den »Entdeckungen im Zahlenland« in die Ordnung und Kraft der Mathematik, für die der Mensch Symbole erfunden hat: Ziffern, Rechenzeichen, geometrische Figuren, Fachbegriffe usw.

Kinder mit Förderbedarf und besonders begabte Kinder

Die »Entdeckungen im Zahlenland« lassen sich von einer »Kompetenzpädagogik« leiten, bei der als Maß für die Wirksamkeit von Erziehung und Bildung gilt, wie weit es gelingt, die individuelle Begabung jedes Kindes zu entdecken und zu entwickeln.

Nicht der zu lernende Stoff soll demnach an erster Stelle stehen, sondern die Kompetenz des einzelnen Kindes.

Bei den Durchführungen des Projekts fallen immer wieder zwei Gruppen von Kindern auf:

1. **Kinder mit Förderbedarf**, die auch bei einfachen Aufgaben unsicher sind und Hilfen benötigen
2. **Besonders begabte Kinder**, die sicher und mühelos auch schwierige Übungen bewältigen

Beide Gruppen benötigen unsere Aufmerksamkeit und eine besondere Förderung.

1. Kinder mit Förderbedarf

Erzieherinnen berichten immer wieder, dass ihnen erst bei der Durchführung des Projekts »Entdeckungen im Zahlenland« einzelne Kinder auffallen, die in ihrem Zahlverständnis deutliche Rückstände gegenüber den anderen Kindern der Gruppe zeigen.

Das Verhängnis »Rechenschwäche«

Es ist zu befürchten, dass diese Kinder später, im Mathematikunterricht der Grundschule, die geforderten Leistungen nicht erbringen können und irgendwann als »rechenschwach« diagnostiziert werden. Begleitende Nachhilfestunden erweisen sich meist als wenig wirksam. Es besteht die Gefahr, dass das Kind (und seine Eltern) die »Rechenschwäche« als eine Art unheilbare Krankheit betrachten.

Die schulischen Anforderungen in Mathematik werden für das Kind und die ganze Familie zu einer ständigen und häufig wachsenden Belastung. Später sind dem Jugendlichen einige berufliche Wege von vornherein verschlossen.

Hilfen bei Rechenschwäche

Wir sollten davon ausgehen, dass auch Kinder und Jugendliche, die als »rechenschwach« eingestuft werden, grundsätzlich Mathematik verstehen und anwenden können. Doch erweist sich offensichtlich der übliche Weg zu den Zahlen, auch wenn er noch so liebevoll und erfindungsreich geebnet wird, für sie als nicht oder als nicht gut geeignet. Es ist eine alte Erfahrung, dass Umlernen schwieriger ist als Neulernen. Den Grund nennt bereits der große Pädagoge J. A. Comenius (1592-1670): »Lernen ist der Natur gemäß, Verlernen gegen die Natur.«

Ein rechenschwachs Kind trägt in seinem Kopf als schwere Last die Erinnerung an misslungene Lernprozesse, die sein Verhältnis zu den Zahlen inhaltlich, motivational und emotional belasten. Aktiviert man durch »Nachhilfe« beständig jene Netze im Gehirn, in denen diese Erinnerungen niedergelegt sind, so werden sie (durch diese Aktivierung) noch weiter verstärkt.

Die vielen spielerischen Aktivitäten der »Entdeckungen im Zahlenland« geben einem rechenschwachen Kind die Chance, auf neue Art einen Zugang zu den Zahlen zu finden, der verständlich und mit guten Gefühlen begleitet ist.

Vorsorge besser als Nachsorge

Vorsorge ist immer besser als Nachsorge. Die »Entdeckungen im Zahlenland« bieten die Chance, Kindern durch frühe Förderung das Schicksal der Rechenschwäche zu ersparen.

Woran erkennt man bereits im Kindergarten gefährdete Kinder?

Es gibt keinen standardisierten Test, der bereits in der Zeit vor der Schule gefährdete Kinder zuverlässig herausfinden könnte. Doch gibt es frühe **Warnzeichen**, auf die man achten sollte, z. B.:

- Beim Würfeln erkennt das Kind nicht sofort (simultan), um welche Anzahl es sich handelt und zählt nach.
- Im Zahlenhaus hat das Kind Schwierigkeiten, wenn es den Zahlen Vier und Fünf »Möbel« bringen soll (vier Bälle oder fünf Bälle?).
- Auf dem Zahlenweg gelingt es dem Kind kaum, im Rhythmus des Zählens zu gehen.
- Beim Erzählen einer Geschichte (aus dem Zahlenland) wird das Kind schon nach kurzer Zeit unruhig.

Solche Anzeichen für Gefährdungen können verbunden sein mit Schwierigkeiten allgemeiner Art, z. B.:

- Störungen der Aufmerksamkeit
- Entwicklungsverzögerungen der Wahrnehmung (Sehen und Hören)

Was ist zu tun?

Auf keinen Fall darf ein Kind früh als »rechenschwach« abgestempelt werden. Auch gibt es kein Rezept, das allgemein anwendbar wäre.

Wir beschränken uns auf Hinweise, die in engem Zusammenhang mit dem Projekt »Zahlenland« stehen:

- Zeit lassen: Ein Kind kann das »Zahlenland« noch einmal mitmachen.
- Übungen zur Simultanerfassung: Außerhalb der Lerneinheiten übt das Kind die simultane Erfassung von Anzahlen (Steinchenspiel »Pack die Zahl«, CD-ROM »Bellos Bauernhof«).
- Übungen auf dem Zahlenweg: Außerhalb der Lerneinheiten wiederholt das Kind die Übungen auf dem Zahlenweg.
- Spielwürfel: Mit dem Spielwürfel auf dem Zahlenweg (mit einem Würfel oder mit zwei Würfeln, dem Wurfergebnis entsprechend vor- und zurückgehen).
- Geometrische Erfahrungen vertiefen: Außerhalb der Lerneinheiten die Übungen mit den Zahlengärtchen und den Stabfiguren durchführen.
- Unbedingt: Das Interesse des Kindes an den Zahlen erhalten und fördern.

2. Besonders begabte Kinder

Mit Freude berichten Erzieherinnen von bewundernswerten Leistungen einzelner Mädchen und Jungen, die sie vor der Durchführung des Projekts »Entdeckungen im Zahlenland« kaum für möglich gehalten hätten. Auch dieser Gruppe der »besonders begabten« Kinder sollten wir unsere Aufmerksamkeit zuwenden und sie gezielt fördern.

Zur Begrifflichkeit

Als »hochbegabt« werden üblicherweise jene Menschen bezeichnet, die über einen Intelligenzquotienten von 130 oder noch höher verfügen, und damit zu den besten zwei Prozent ihrer Altersgruppe gehören.

Hier benutzen wir den neutralen Begriff »besonders begabt«, um solche Kinder zu beschreiben, die im »Zahlenland« dadurch auffallen, dass sie sicher und mühelos auch schwierige Übungen bewältigen. Dabei denken wir an wesentlich mehr Kinder als nur die besten zwei Prozent.

Kriterien für besonders begabte Kinder

In einem Rundfunkvortrag (SWR 2 AULA, 11.11.2007) mit dem Titel »IQ über 130 – Auch Hochbegabte sind nur Menschen« beschreibt Detlef H. Rost, Professor für Psychologie an der Universität Marburg, den Begriff »Hochbegabung« so:

»Ein Mensch ist hochbegabt, wenn er sich schnell Wissen über unterschiedliche Sachverhalte und Problemlösestrategien aneignen kann. Er muss dieses Wissen in unterschiedlichen Situationen für unterschiedliche Problemlösungen effektiv nutzen können. Und er muss rasch aus den dabei gemachten Erfahrungen lernen und wissen, auf welche neuen Probleme er seine gewonnenen Erkenntnisse übertragen kann und auf welche nicht.«

An dieser Beschreibung können wir uns orientieren, um für Kinder sensibel zu werden, die sich bei den »Entdeckungen im Zahlenland« als besonders begabt erweisen.

Woran erkennt man im »Zahlenland« besonders begabte Kinder?

Auf besonders begabte Kinder können wir im »Zahlenland« in vielen Situationen aufmerksam werden, z. B.:

- Wissen aneignen: Das Kind erinnert sich gut an die Aktivitäten im Zahlenhaus, und auf dem Zahlenweg. Es kann z. B. die Wohnungen einrichten, die Zahlen begrüßen und kennt noch die Übungen.
- Probleme lösen: Bei der Frage nach der Anzahl der Mädchen, Jungen und aller Kinder wendet das Kind mühelos die benutzten Lösungsmethoden an.
- Erfahrungen anwenden: Bei den Aktivitäten in den Zahlenländern nutzt das Kind die bisherigen Erfahrungen, um z. B. vom Torwächter hereingelassen zu werden.
- Wissen nach außen tragen: Das Kind wendet das im »Zahlenland« erworbene Wissen unmittelbar und wiederum mühelos in ähnlichen Situationen im Kindergartenalltag und zu Hause an.

Wie helfen wir besonders begabten Kindern, ihr Potential zu nutzen?

Da eine konkrete Antwort auf diese Frage die individuelle Situation des Kindes berücksichtigen müsste, beschränken wir uns auf allgemeine Anmerkungen:

- Wichtig ist, das Potential eines Kindes zu erkennen, damit es nicht unterfordert ist.
- Fast alle Aktivitäten im »Zahlenland« können im Schwierigkeitsgrad variiert werden.
- Gedächtnis und Vorstellungsvermögen können noch stärker beansprucht werden.
- Es ist eine pädagogische Kunst, Kinder immer wieder an ihre Leistungsgrenze heranzuführen, ohne diese zu überschreiten.
- Besonders begabte Kinder sollten wir ermuntern, anderen Kindern zu helfen. Dabei sollen sie erklären, »wie es geht«, aber nicht an Stelle des anderen Kindes handeln.

Organisation

Die Entdeckungen im Zahlenland bestehen aus insgesamt 22 Lerneinheiten und sind in zwei Folgen gegliedert:

- Zahlenland 1 umfasst 10 Lerneinheiten
- Zahlenland 2 umfasst 12 Lerneinheiten

Eine Lerneinheit ist je nach Situation (Alter der Kinder, Größe der Gruppe, Zeitplanung usw.) für einen oder zwei Termine geeignet. Bewährt hat sich ein Termin pro Woche mit einer Dauer von einer Stunde bis eineinhalb Stunden.

Zahlenland 1

Durch die zehn Lerneinheiten von Zahlenland 1 soll das Kind mit den Zahlen 1 bis 5 vertraut werden und erste Erfahrungen mit dem Zahlenraum von 1 bis 10 aufbauen.

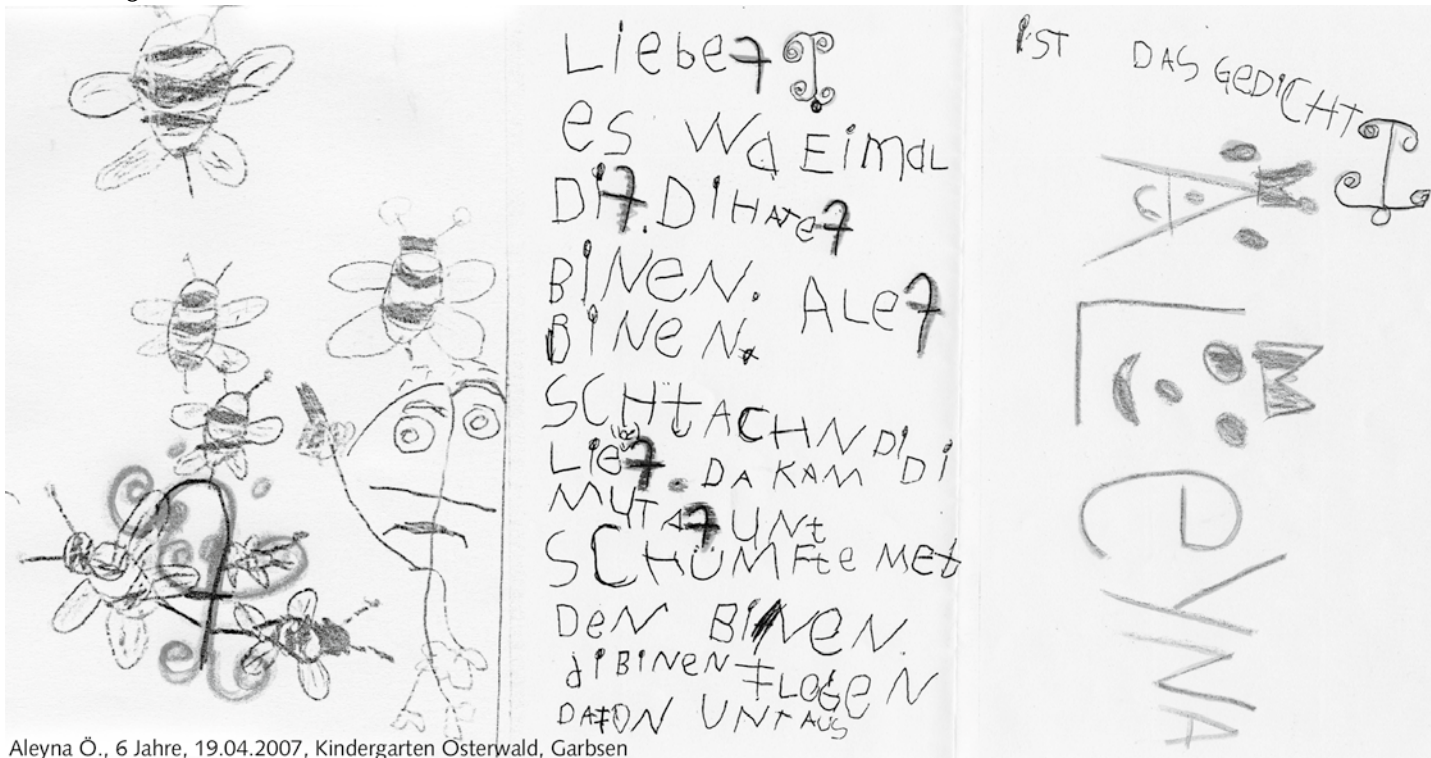
Zahlenland 2

Durch die zwölf Lerneinheiten von Zahlenland 2 soll das Kind auch mit den Zahlen 6 bis 10 vertraut werden und seine Erfahrungen auf den Zahlenraum von 1 bis 20 erweitern.

Zwischen »Zahlenland 1« und »Zahlenland 2« kann eine Pause von mehreren Wochen liegen.

Der »Leitfaden Zahlenland 1« enthält die Verlaufspläne zu den Lerneinheiten 1 bis 10 und schildert detailliert, wie Sie vorgehen sollten, wenn Sie mit einer Gruppe von Kindern das Zahlenland 1 erkunden. Die Verlaufspläne für die Lerneinheiten 11 bis 22 sind im »Leitfaden Zahlenland 2« enthalten.

Die beiden Leitfäden geben Ihnen zum Einen sehr konkrete Inhalte und Abläufe vor, lassen aber zum Anderen viel Raum für eigene Ideen und Variationen.



Aleya Ö., 6 Jahre, 19.04.2007, Kindergarten Osterwald, Garbsen

2

Zahlenland 2

Zahlenhaus, Zahlenweg und Zahlenländer in Zahlenland 2

Zahlenland 2 dient zur Vertiefung und Fortsetzung von Zahlenland 1. Auch in »Zahlenland 2« ist der Ablauf der Lerneinheiten durch die drei bekannten Erfahrungsfelder geprägt: das Zahlenhaus, den Zahlenweg und die Zahlenländer.



Das Zahlenhaus

Im Zahlenhaus steht für jede Zahl von 1 bis 10 eine Wohnung bereit. In »Zahlenland 1« richten die Kinder die Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 ein, in »Zahlenland 2« die Wohnungen der Zahlen 6 bis 10.

Wo wohnt die Zahl?

In Zahlenland 2 wird die Übung »Wo wohnt die Zahl?« im Zahlenhaus mit allen Zahlen von 1 bis 10 gespielt. Die Erzieherin wählt ein Kind aus, das sich in die Mitte des Zahlenhauses stellen darf. Sie nennt ihm nacheinander mehrere Zahlen, auf deren Wohnungen das Kind zeigen soll.

Erst zuhören: Erst wenn die Erzieherin zwei, drei oder vier Zahlen genannt hat, zeigt das Kind auf die entsprechenden Wohnungen.

Der Tisch des Hauses: Einrichten der Wohnungen der Zahlen 6 bis 10

Das wesentliche methodische Element in »Zahlenland 2« besteht darin, dass die »großen« Zahlen 6 bis 10 ihre Möbel von den »kleinen« Zahlen 1 bis 5 beziehen. Die große ZAHL, die an der Reihe ist, wünscht sich aus den Wohnungen von 1 bis 5 ein bestimmtes Möbelstück auf den »Tisch des Hauses«. Dort legen die (genannten) kleinen ZAHLEN ihr Möbelstück ab. Danach kontrolliert die große ZAHL, ob das, was nun auf dem Tisch des Hauses liegt, zu ihr passt und nimmt es in ihre Wohnung.

Einrichten einzelner Wohnungen

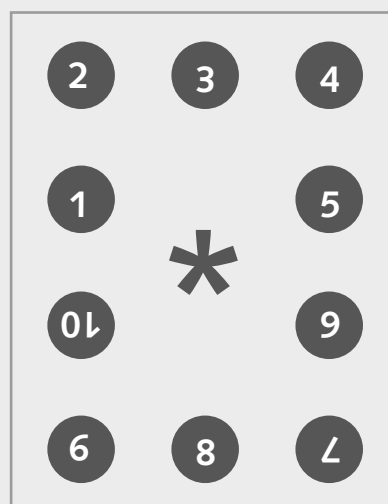
In fünf Lerneinheiten in Zahlenland 2 wird jeweils nur eine der Wohnungen von 6 bis 10 möbliert.

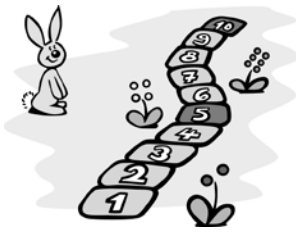
Dazu wünscht sich die ZAHL in der betreffenden Wohnung nach und nach alle Möbel auf den Tisch des Hauses. Dort wird erst kontrolliert, ob sie zu ihr passen, bevor sie in die Wohnung gelegt werden.

Punktsymmetrie von 1 bis 5 und 6 bis 10

Die Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 liegen punktsymmetrisch zu den Wohnungen der Zahlen 1 bis 5.

Vom Mittelpunkt aus – hier durch einen Stern gekennzeichnet – werden die Zahlen begrüßt und verabschiedet. Auch bei anderen Aktivitäten stellen sich Erzieherin und Kinder immer wieder genau an diesen Ort. Durch die Symmetrie erfahren die Kinder, dass die Zahlen 6 bis 10 eng mit den Zahlen 1 bis 5 verbunden sind. Diese enge Verbindung wird bei den Übungen in dieser Lerneinheit und in den folgenden immer wieder aufgegriffen. Die Kinder lernen sowohl die Gemeinsamkeiten als auch die Unterschiede kennen. Die Wohnungen der großen Zahlen (6 bis 10) sind wie die Wohnungen der kleinen Zahlen (1 bis 5) angeordnet, aber der Wert ihrer Möbel ist eine Fünferstufe höher.





Der Zahlenweg

In »Zahlenland 2« wird der Zahlenweg von 1 bis 10 zunächst auf 1 bis 12 und dann auf 1 bis 20 erweitert. Die aus »Zahlenland 1« bekannten Übungen werden vertieft und auf den erweiterten Zahlenraum übertragen.

Bei den Übungen wird die Schreibweise der Zahlen wahrgenommen, mit dem Zahlwort verknüpft und im Gedächtnis gespeichert. Durch das konzentrierte Gehen (in beiden Richtungen) und durch das aufmerksame Verweilen auf den Halteplätzen

unterwegs soll sich der Zahlenweg von 1 bis 20 im Kopf so abbilden, dass er in der Vorstellung zuverlässig wie ein häufig begangener, natürlicher Weg zur Verfügung steht. Auch die Vorerfahrungen zum Rechnen können auf den Zahlenraum von 1 bis 20 ausgedehnt werden.

Die Aktivitäten mit dem Zahlenweg umfassen:

1. Abblättern der Zahlenteppiche

2. Auslegen des Zahlenwegs

3. Der Fehlerteufel auf dem Zahlenweg

4. Übungen auf dem Zahlenweg

■ Zählen und Gehen

Das Kind geht im Rhythmus des Zählens über den Zahlenweg von 1 bis 10 (12, 20), während alle anderen laut zählen. Varianten: Es darf vorher wählen, ob es allein oder mit einem anderen Kind zusammen gehen will. Auch darf es entscheiden, ob es alleine zählen will, oder ob die Erzieherin und die anderen Kinder laut oder ganz leise mitzählen sollen.

■ Zählen und Gehen – Hin und zurück

Das Kind geht den Zahlenweg von 1 bis 10 (12, 20) und nach einer kurzen Pause wieder zurück.

■ Zählen und Gehen – Stopp bei einer Zahl

Das Kind sucht sich eine Zahl aus, bei der es anhalten möchte. Es geht wie gewohnt über den Zahlenweg, ruft bei dieser Zahl »Stopp!« und bleibt stehen. Das Zählen wird kurz unterbrochen, danach geht das Kind den Zahlenweg zu Ende.

■ Wo ist die Zahl?

Das Kind, das an der Reihe ist, bekommt von der Erzieherin eine Zahl (oder mehrere Zahlen) genannt, auf die es sich direkt stellen soll.

■ Wo bist du?

Ein Kind geht wie gewohnt über den Zahlenweg. Wenn die Erzieherin »Stopp!« ruft, bleibt es stehen. Das Zählen wird unterbrochen. Das Kind auf dem Zahlenweg wird gefragt: »Wo bist du?« – »Was ist vor dir?« – »Was ist hinter dir?« Es beantwortet die Frage zuerst mit offenen und dann mit geschlossenen Augen. Danach geht es den Zahlenweg zu Ende.

■ Geh zu einer Zahl – und weiter. Geh zu einer Zahl – und zurück

Das Kind, das an der Reihe ist, bekommt von der Erzieherin eine Zahl genannt, auf die es sich direkt stellen soll. Die Erzieherin sagt ihm, wie viele Schritte es weiter (zurück) gehen darf. Wenn es das gemacht hat, wird es gefragt, auf welcher Zahl es nun steht. Eine Stufenfolge können Sie auf S. 17 nachlesen.

Ausführlich und mit Varianten sind diese Übungen in den Lerneinheiten beschrieben (siehe Leitfaden Zahlenland 1 und Zahlenland 2).

Teilbarkeit auf dem Zahlenweg

Die Zahl 12 ist durch 2, 3, 4 und 6 teilbar. Diese Eigenschaft der 12 macht das Rechnen mit 12 oder Vielfachen davon einfacher, weshalb das Zwölfersystem in alten Maßsystemen und noch immer bei der Zeitmessung verwendet wird. (Die Zahl 10 ist nur durch 2 und 5 teilbar.)

Auf dem Zahlenweg komme ich **zur 12** mit Zweier-, Dreier-, Vierer- und Sechserschritten.

Die Zahl 20 ist mit Zweier-, Vierer-, Fünfer- und Zehnerschritten erreichbar.

Übungen dieser Art sollten jedoch nicht als Teilbarkeitsaufgaben formuliert werden. Sie können auf einfache Art mit »mal« ausgedrückt werden, zum Beispiel: »Gehe dreimal vier Schritte. Wo kommst du an?«

Beispiele zur Darstellung in Dreierschritten:



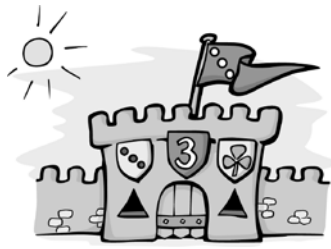
Die Zahlenteppiche **mit Lücken** gelegt

3	4	9	10
2	5	8	11
1	6	7	12

Die Zahlenteppiche **in Schlangenlinien** gelegt

3	6	9	12
2	5	8	11
1	4	7	10

Die Zahlenteppiche **in Blöcken** gelegt



Die Zahlenländer

Bei den Aktivitäten in den Zahlenländern wird in »Zahlenland 2« jeweils eine der Zahlen 6 bis 10 in die Lebenswelt der Kinder gestellt: durch ein Lied, eine Geschichte, durch Pflanzen, Tiere oder Objekte aus dem Alltag, durch Rätsel und Spiele, durch Bewegung, Fröhlichkeit, Phantasie und Nachdenken.

Die Idee von den Zahlenländern ist den Kindern aus »Zahlenland 1« bekannt. Sie soll die Kinder anregen, sich umzusehen und darüber nachzudenken, in welchen Verkleidungen und in welchen Zusammenhängen die Zahlen 6 bis 10 auftreten.

Wie in »Zahlenland 1« müssen die Kinder, um in ein Zahlenland zu kommen, an einem strengen Torwächter vorbei gehen, der entscheidet, ob sie in das jeweilige Zahlenland passen. Hier ist Phantasie und Geschicklichkeit gefordert.

Eine noch größere Bedeutung als in »Zahlenland 1« gewinnt die Geometrie. In allen fünf »großen« Zahlenländern wird mit Hilfe von Holzstäben und Gummischlauchverbindungen das entsprechende Vieleck (Sechseck, Siebeneck usw.) zusammengesteckt und untersucht, und es wird das zugehörige Zelt (Sechserzelt, Siebenerzelt usw.) gebaut und von Kindern bezogen.

Die Kinder und die Erzieherin besuchen in jeder Lerneinheit (mit Ausnahme von LE 11 und LE 12) eine Zahl in ihrem Land - in jeweils zwei aufeinanderfolgenden Lerneinheiten die gleiche Zahl.

Dabei stehen die folgenden Elemente im Vordergrund:

- Wie sieht es in diesem Zahlenland aus?

Die Erzieherin und die Kinder betrachten gemeinsam das Tor und das Schild des Torwächters und beschreiben, was sie darauf entdecken. Es folgt ein Gespräch über die Besonderheiten des jeweiligen Zahlenlandes.

- Wie komme ich in dieses Zahlenland?

Um in ein Zahlenland zu kommen, muss jedes Kind dem Torwächter einen Grund nennen, weshalb es in das jeweilige Land darf.

- Das Lied zum Zahlenland

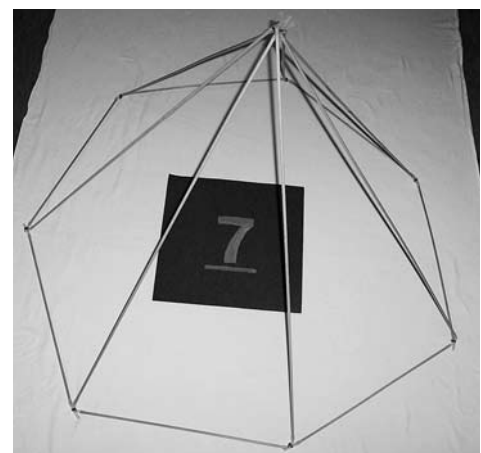
Zu jedem Zahlenland gibt es ein passendes Lied, dessen Text in der ersten der beiden zusammenhängenden Lerneinheiten besprochen wird und das bei der Verabschiedung aus der Zahlenschule gesungen werden kann.

- Die Geschichte aus dem Zahlenland

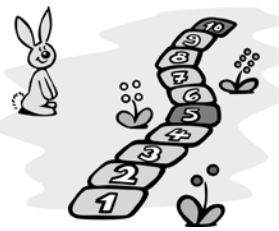
In jedem Zahlenland wird den Kindern eine der »Geschichten aus dem Zahlenland« vorgelesen. Dazu werden Bilder gezeigt.

- Zelte für die Zahlenländer

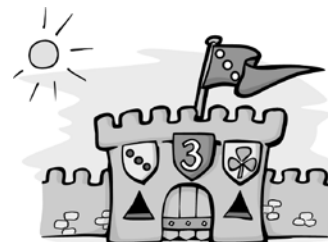
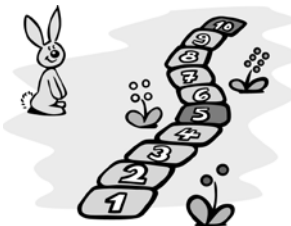
Mit Hilfe von Holzstäben und mehrfachen Schlauchverbindungen, die z.B. mit Kabelbindern zusammengefügt sind, bauen die Kinder zusammen mit der Erzieherin ein passendes Zelt. Für das Dreier-, Vierer- und Fünferzelt in »Zahlenland 1« können gleich lange Stäbe benutzt werden. Ab dem Sechserzelt müssen jedoch die zur Spitze führenden Stäbe länger sein als die auf dem Boden liegenden. Wählt man beim Sechser-, Siebener-, Achter-, Neuner- und Zehnerzelt 50 cm lange Stäbe für den Zeltboden, empfiehlt es sich 1 m lange Stäbe für den Zeltaufbau zu nehmen.



Der Lerneinheiten von Zahlenland 2 im Überblick

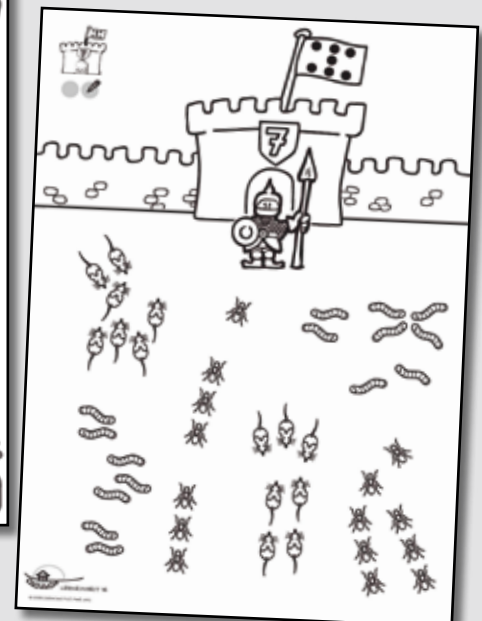
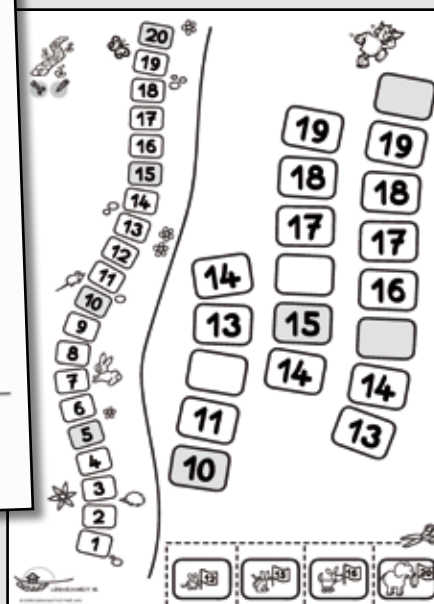
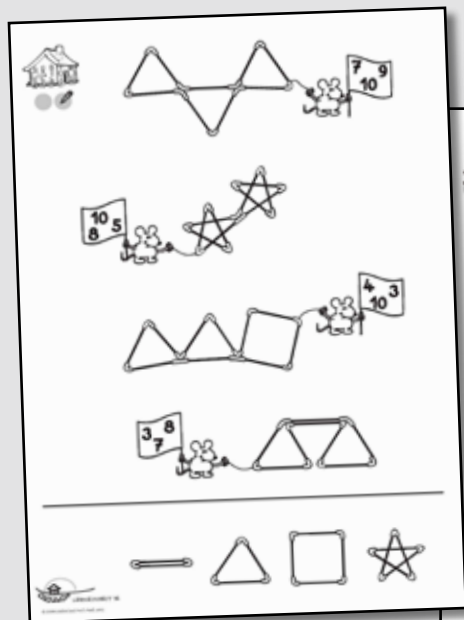
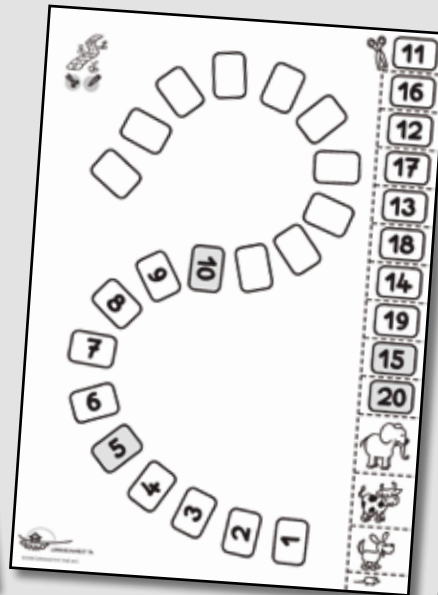
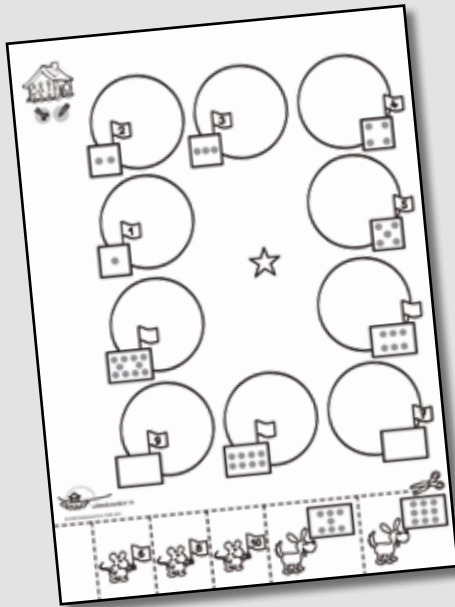


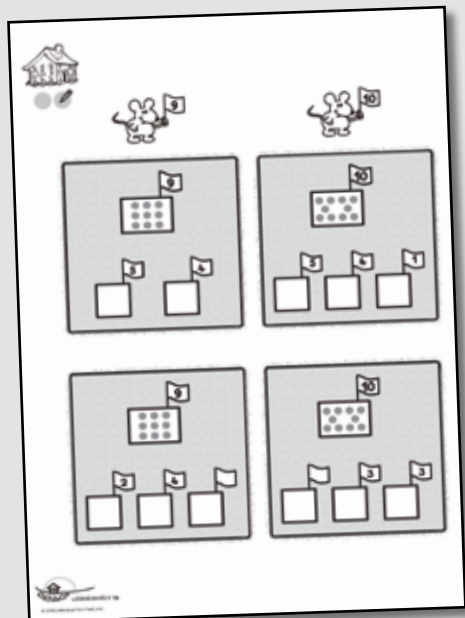
LE	Zahlenhaus	Zahlenweg	Zahlenländer
11	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit allen Möbeln Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Wo wohnt die Zahl? Verabschiedung der Zahlen	Zahlenweg von 1 bis 12 Zählen und Abblättern der Teppiche Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Zählen und Gehen – Hin und zurück	
12	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit Bällen, Steinen, Nüssen Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Wo wohnt die Zahl? Auf den Tisch des Hauses: Bälle, Steine, Nüsse für die Zahlen 6 bis 10 Verabschiedung der Zahlen	Zahlenweg von 1 bis 12 Zählen und Abblättern der Teppiche Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Übungen auf dem Zahlenweg	
13	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit Gewichtswürfeln und Würfel-Türmen Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Auf den Tisch des Hauses: Gewichtswürfel und Würfel-Türme für die Zahlen 6 bis 10 Verabschiedung der Zahlen		Das Sechserland Aufbau des Sechserlandes Wie sieht es im Sechserland aus? Wie komme ich ins Sechserland? Sechserzelt und Lied zum Sechserland
14	Die Wohnung der 6 im Zahlenhaus Aufbau des Zahlenhauses Einrichten der Wohnung der 6 mit allen Möbeln (Tisch des Hauses) Der Hausmeister	Zahlenweg von 1 bis 20 Zählen und Abblättern der Teppiche Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Wo bist du?	Das Sechserland Aufbau des Sechserlandes Wie komme ich ins Sechserland? Geschichte aus dem Sechserland
15	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit Holzstäben Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Auf den Tisch des Hauses: Holzstäbe für die Zahlen 6 bis 10 Verabschiedung der Zahlen		Das Siebenerland Aufbau des Siebenerlandes Wie sieht es im Siebenerland aus? Wie komme ich ins Siebenerland? Siebenerzelt und Lied zum Siebenerland
16	Die Wohnung der 7 im Zahlenhaus Aufbau des Zahlenhauses Einrichten der Wohnung der 7 mit allen Möbeln (Tisch des Hauses) Der Hausmeister	Zahlenweg von 1 bis 20 Zählen und Abblättern der Teppiche Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Zählen und Gehen – Hin und zurück	Das Siebenerland Aufbau des Siebenerlandes Wie komme ich ins Siebenerland? Geschichte aus dem Siebenerland



LE	Zahlenhaus	Zahlenweg	Zahlenländer
17	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit Zahlgärtchen Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Auf den Tisch des Hauses: Zahlgärtchen für die Zahlen 6 bis 10 Verabschiedung der Zahlen		Das Achterland Aufbau des Achterlandes Wie sieht es im Achterland aus? Wie komme ich ins Achterland? Achterzelt und Lied zum Achterland
18	Die Wohnung der 8 im Zahlenhaus Aufbau des Zahlenhauses Einrichten der Wohnung der 8 mit allen Möbeln (Tisch des Hauses) Der Hausmeister	Zahlenweg von 1 bis 20 Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Wo ist die Zahl?	Das Achterland Aufbau des Achterlandes Wie komme ich ins Achterland? Geschichte aus dem Achterland Spiel: Das ganz gefährlich Spinnentier
19	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit Bällen, Steinen, Nüssen Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Auf dem Tisch des Hauses: Rechnen mit dem Rechensack Verabschiedung der Zahlen		Das Neunerland Aufbau des Neunerlandes Wie sieht es im Neunerland aus? Wie komme ich ins Neunerland? Neunerzelt und Lied zum Neunerland
20	Die Wohnung der 9 im Zahlenhaus Aufbau des Zahlenhauses Einrichten der Wohnung der 9 mit allen Möbeln (Tisch des Hauses) Der Hausmeister	Zahlenweg von 1 bis 20 Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Geh zu einer Zahl und weiter Geh zu einer Zahl und zurück	Das Neunerland Aufbau des Neunerlandes Wie komme ich ins Neunerland? Geschichte aus dem Neunerland Spiel mit neun Kegeln
21	Die Wohnung der 10 im Zahlenhaus Aufbau des Zahlenhauses Einrichten der Wohnung der 10 mit allen Möbeln (Tisch des Hauses) Der Hausmeister	Zahlenweg von 1 bis 20 Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Übungen auf dem Zahlenweg	Das Zehnerland Aufbau des Zehnerlandes Wie sieht es im Zehnerland aus? Wie komme ich ins Zehnerland? Zehnerzelt und Lied zum Zehnerland
22	Aufbau des ganzen Zahlenhauses Wohnungen der Zahlen 1 bis 5 mit allen Möbeln Der Hausmeister Wohnungen der Zahlen 6 bis 10 Begrüßung der Zahlen Der Fehlerteufel Auf den Tisch des Hauses: Ein Möbelstück für jede der Zahlen 6 bis 10 Geschenke für die Zahlen 6 bis 10 Verabschiedung der Zahlen	Zahlenweg von 1 bis 20 Auslegen des Zahlenwegs Der Fehlerteufel Übungen auf dem Zahlenweg	Das Zehnerland Aufbau des Zehnerlandes. Wie komme ich ins Zehnerland? Geschichte aus dem Zehnerland.

Beispiele aus »Mein Zahlenlandbuch 2«





Fragen zu Zahlenland 2

1. Nennen Sie drei didaktische Prinzipien, die für das Projekt wichtig sind.
2. Es gibt drei unterschiedliche Darstellungsformen unseres Wissens von den Zahlen. Beschreiben Sie je ein Beispiel für die Zahl Sieben.
3. Was ist in Zahlenland 2 neu gegenüber Zahlenland 1:
 - beim Zahlenhaus,
 - beim Zahlenweg,
 - in den Zahlenländern?
4. Nennen Sie drei Varianten der Übung »Wo ist die Zahl?« im großen Zahlenhaus.
5. Die ACHT wünscht sich auf den Tisch des Hauses ihr Zahlengärtchen mit Blumen. Was muss sie tun?
6. Was ist Zählen? Was ist Abzählen? Was ist Auszählen?
7. Was ist Simultanerfassung im erweiterten Sinn?
8. Was sagen Sie einem Kind, wenn es auf dem Zahlenweg »acht plus fünf« rechnen soll?
9. Schildern Sie, wie mit dem Rechensack im Zahlenhaus die Subtraktionsaufgabe »neun minus vier« gelöst werden kann.
10. Zeichnen Sie drei Stabfiguren für die Zahl Zehn.
11. Wo wohnen die Zahlen Null und Vierundsiebzig im Zahlenhaus?
12. Nennen Sie jeweils ein Tier, das in den Ländern für die Zahlen Sechs bis Zehn wohnt.
13. Welche Stäbe und Schlauchverbindungen benötigen Sie, um ein Sechserzelt zu bauen?
14. Welcher Rechenfehler unterläuft dem Fuchs bei seinem Abenteuer im Zehnerland? Was hat er richtig ausgerechnet?

3 Vertiefung

Zählen (Zählen, Abzählen und Auszählen)

Der Begriff »Zählen« in seinem allgemeinen Sinn ist mit drei unterschiedlichen Vorgängen verbunden, die wir sprachlich durch den Begriff »Zählen« im eigentlichen Sinn und durch die Begriffe »Abzählen« und »Auszählen« beschreiben können.

Was ist »Zählen«?

Ich zähle, wenn ich die Zahlwortreihe aufsaue:
»eins-zwei-drei-vier- ...«

Was muss ich dabei können?

Ich muss die Namen der (natürlichen) Zahlen auswendig und in der richtigen Reihenfolge aufsagen können.

Beim **Zählen** wird die Zahlwortreihe auswendig und in der richtigen Reihenfolge aufgesagt. Ein Verständnis von den einzelnen Zahlen ist nicht notwendig.

Was ist »Abzählen«?

Ich zähle eine Menge ab, z. B. eine Kindergruppe, mit dem Ergebnis »zwölf Kinder«.

Was muss ich dabei können?

1. Ich muss zählen können.
2. Ich muss eindeutig zuordnen können, z. B. jedem Kind ein Zahlwort, mit »eins« beginnend.
3. Ich muss mir das letzte Zahlwort merken, z. B. »zwölf« und dann als Ergebnis »zwölf Kinder« sagen.

Beim **Abzählen** ist eine Menge gegeben und gesucht ist die Anzahl ihrer Elemente. In der Sprache der alten Rechendidaktik: ein »Zahlfindeakt«.

Was ist »Auszählen«?

Ich zähle aus einem Vorrat eine bestimmte Anzahl von Objekten aus, z. B. aus einem Korb mit Äpfeln »acht Äpfel«.

Was muss ich dabei können?

1. Ich muss zählen können.
2. Ich muss eindeutig zuordnen können; z. B. jedem Apfel (den ich dem Korb entnehme) ein Zahlwort, mit »eins« beginnend.
3. Ich muss mir am Anfang den Auftrag merken, z. B. »sieben Äpfel«, beim Zählen hören, wenn ich bei »sieben« angekommen bin und dann sofort mit Zählen aufhören.

Beim **Auszählen** ist eine Zahl gegeben und gesucht ist eine Menge mit dieser Anzahl. In der Sprache der alten Rechendidaktik: ein »Zahlherstellungsakt«.

Das Zählen, als früher Zugang zum Verständnis der Zahlen, wird umso wertvoller, je flexibler es beherrscht wird. Das übliche Zählen von »eins« aus muss ergänzt werden durch Zurückzählen und durch Zählen von jeder Stelle aus (in beide Richtungen, vor und zurück).

Zählen und Zurückzählen

Durch das Zählen: »eins-zwei-drei, ...« werden die Zahlwörter in eine feste Ordnung gebracht, die den ordinalen Zusammenhang der Zahlen spiegelt. Für die Entwicklung des Zahlbegriffs und des Rechnens ist es wichtig, diese Ordnung auch in der umgekehrten Reihenfolge zu beherrschen.

Das Zurückzählen, z. B. »fünf-vier-drei-zwei-eins«, erfordert einen eigenen Lernprozess, den man früh fördern sollte.

Zählen von jeder Stelle aus

Für ein flexibles Zählen ist darüber hinaus auch wichtig, von jeder Stelle aus sofort und flüssig mit dem Zählen in beiden Richtungen starten zu können.

Simultane Zahlerfassung

Liegen in einem Teller einige Nüsse, so genügt bei kleinen Anzahlen ein Blick, um festzustellen, wie viele es sind. Man nennt diese Fähigkeit, eine gewisse Anzahl von Objekten mit einem Blick zu erfassen, die (visuelle) Simultanerfassung.

Man kann eine Simultanerfassung *im engeren Sinn* und eine Simultanerfassung *im erweiterten Sinn* unterscheiden.

- Die *Simultanerfassung im engeren Sinn* bezieht sich auf Anzahlen von 1 bis 4 bzw. 5, die wir mit großer Sicherheit ohne zu zählen »auf einen Blick« richtig angeben können.
- Die *Simultanerfassung im erweiterten Sinn* bezieht sich auch auf Anzahlen größer als 4 bzw. 5, die wir ebenfalls ohne zu zählen »auf den zweiten Blick« bei wenigen Fehlern richtig ermitteln können. Dazu gliedert unsere Wahrnehmung die Situation, und unser Wissen von der Struktur der größeren Zahlen führt zum richtigen Ergebnis. Wir sehen z. B. auf dem Boden 4 Nüsse und daneben 3 Nüsse und wissen dann sofort, dass es insgesamt 7 Nüsse sind. Oder wir sehen auf dem Boden (als gut überschaubare Gruppen) 4 Nüsse, 3 Nüsse, noch einmal 3 und dann noch 4 Nüsse und können rasch sagen, dass es insgesamt 14 Nüsse sind.

Entwicklung der Simultanerfassung

Die visuelle Simultanerfassung ist eine spezielle Leistung des menschlichen Sehsystems, durch die wir mehrere Objekte gleichzeitig (mit einem Blick) erfassen können. Ohne ein zweites Mal hinsehen zu müssen, sind wir in der Lage, die Anzahl der gesehenen Objekte anzugeben. Doch gilt auch hier: Diese Fähigkeit entwickelt sich nur optimal durch Lernen. Untersuchungen ergaben, dass Kinder schon lange vor der Schule bis zu vier Objekte recht sicher simultan erfassen, ab fünf Objekten jedoch benötigte Zeit und Fehler zunehmen. Erwachsene erzielen noch bei acht Objekten gute Ergebnisse.

Bedeutung der Simultanerfassung

Die Simultanerfassung ist eine wichtige Voraussetzung für die Entwicklung des Mengenbegriffs, der wiederum für die Entwicklung des Zahlenverständnisses eine fundamentale Grundlage darstellt. Verschiedene Untersuchungen ergaben, dass rechenschwache Kinder i. allg. bei der Simultanerfassung erhebliche Defizite aufweisen.

Training der Simultanerfassung

Es ist ein grundlegendes Ziel der frühen mathematischen Bildung, den Kindern in vielen Situationen die Möglichkeit zu geben, ihre Fähigkeit zur Simultanerfassung zu trainieren. Das wichtigste traditionelle Hilfsmittel dabei sind die Punktebilder der Zahlen 1 bis 6 auf dem Spielwürfel, die von allen Kindern mit einem Blick erkannt und sogleich mit der entsprechenden Zahl verbunden werden sollen.

Rechnen

Rechnen bei den Entdeckungen im Zahlenland

Viele Kinder beschäftigen sich gerne und intensiv mit Zahlen und stellen dabei eigene Versuche zum Rechnen an. Die Vorerfahrungen zum Rechnen, die das Konzept »Zahlenland« vorschlägt, sollen den Kindern anschauliche und handlungsaktive Vorstellungen an die Hand geben, um was es bei den einzelnen Rechnungsarten geht. Mit Hilfe dieser Vorstellungen sollen sie befähigt werden, die Richtigkeit einfacher Rechnungen auch allein überprüfen zu können.

Die Schulkinder sagen

Wir halten es nicht für sinnvoll, für die Zeit vor der Schule zum Rechnen eine eigene kindliche Sprechweise einzuführen. Stattdessen teilen wir den Kindern mit, was die Schulkinder beim Rechnen sagen.

Beispiel: »Die Schulkinder sagen dazu: ‚Drei plus zwei gibt fünf.‘ oder ‚Sechs minus zwei gleich vier.‘«

Dies interessiert die Kinder. Doch soll es ihnen überlassen bleiben, ob sie die Sprechweise der Schulkinder annehmen.

Anmerkung: Das Wort *gibt* bezieht sich auf die *Handlung*, das Fachwort *gleich* bezieht sich auf das *Ergebnis* und drückt die *Symmetrie* aus (Bild der Waage).

Vorerfahrungen zur Addition und Subtraktion

Die Beispiele zur Addition und Subtraktion, die wir hier vorschlagen, spielen sich im *Zahlenhaus* und auf dem *Zahlenweg* ab.

Im *Zahlenhaus* können die Kinder ihre rechnerischen Erfahrungen auf der Grundlage verschiedener Zahlaspekte machen: *kardinaler Aspekt* (Bälle, Steine usw.), *Größenaspekt* (Gewichtswürfel, Würfeltürme), *geometrischer Aspekt* (Zahlengärtchen, Stabfiguren).

Auf dem *Zahlenweg* überwiegt mit dem Zählen der *ordinale Aspekt*.

Addition und Subtraktion im Zahlenhaus

Beim Rechnen im *Zahlenhaus* benutzen wir den *Rechensack* und den *Tisch des Hauses*, um das Problem und seine Lösung klar zu strukturieren. Das Rechnen wird dadurch überschaubar und interessant gemacht.

Die Zahlen, die bei den Rechnungen im Zahlenhaus auftreten, beschränken sich auf 1 bis 10.

Rechensack

Der *Rechensack* zeigt anschaulich und handlungsaktiv, um was es beim Rechnen geht. Das Kind muss im Kopf behalten, wie viele Dinge am Anfang hinein kamen und wie viele anschließend dazu *getan (plus)* oder *heraus genommen (minus)* werden. Am Schluss muss es allein durch Nachdenken als Ergebnis sagen können, wie viele Dinge im Sack sind: »Wem gehört jetzt der Rechensack?« Erst nach der Antwort darf es nachprüfen – durch Tasten, in den Sack schauen oder den Sack ausleeren – ob das durch Nachdenken gewonnene Ergebnis richtig ist.

Tisch des Hauses

Der *Tisch des Hauses* führt die einzelnen Rechenschritte konkret und gut sichtbar an einem Ort zusammen, wobei alle drei Formen der Darstellung von Wissen auftreten: die *enaktive Form* durch das *Hantieren* mit den Objekten (Bälle, Gewichtswürfel usw.), die *ikonische Form* durch die *Bilder* auf den Zahlentischen und die *symbolische Form* durch die *Ziffern* auf den Fähnchen.

Vorerfahrungen zur Addition und Subtraktion auf dem Zahlenweg

Beim Rechnen auf dem *Zahlenweg* bildet das *Zählen* die Grundlage, das jedoch mit Gehen (*Bewegung*) und mit Hinschauen (*Wahrnehmung*) verbunden ist. Auch hier steht für uns die klare Strukturierung im Vordergrund.

Die Zahlen, die bei den Rechnungen auf dem Zahlenweg auftreten, stammen aus dem Zahlenraum von 1 bis 20.

Vom Handeln zur Vorstellung

Der Zahlenweg ist vorzüglich geeignet, auf unterschiedliche Fähigkeiten der Kinder und eine zunehmende Vorstellungskraft einzugehen.

Am Beispiel $6 + 3$ schildern wir *fünf Stufen*:

1. Geh zur 6 (ohne Zählen, auf beliebige Art) und jetzt drei Schritte weiter (mit Zählen, sorgfältig jeden Schritt).
Frage nach der Ankunft: »Wo bist du?« Wie sagen die Schulkinder dazu? »Sechs plus drei gibt (gleich) neun.«
2. Geh zur 6 und höre erst zu: »Schau mit den Augen. Wenn du drei Schritte weitergehst, wo kommst du dann an?« Erst nach der Antwort geht das Kind drei Schritte.
3. Bleib erst stehen (beim Start vor der 1) und höre zu: »Schau mit den Augen. Du gehst zur 6 und dann drei Schritte weiter. Wo kommst du an?« Erst nach der Antwort darf das Kind gehen.
4. Die Stufe der reinen Vorstellung ist erreicht, wenn das Kind bei den Stufen (2) und (3) die richtige Antwort auch mit geschlossenen Augen geben kann.
5. Später in der *Schule* steht die *Rechenaufgabe* am Anfang, gestellt in der abstrakten Sprache der Mathematik; mündlich: »Was gibt sechs plus drei?« oder schriftlich: $6 + 3 = ?$

Zum verständnisvollen Lösen dieser Aufgabe benötigt das Kind Vorstellungen, die es aktivieren kann, um rasch zur richtigen Lösung zu kommen. Solche Vorstellungen können sich früh bei den Erfahrungen im Zahlenhaus und auf dem Zahlenweg bilden.

Vorerfahrungen zur Multiplikation

Auch Vorerfahrungen zur Multiplikation können sowohl im *Zahlenhaus* als auch auf dem *Zahlenweg* gemacht werden.

Multiplikation im Zahlenhaus

In den Rechensack kann die ZWEI *dreimal* ihre zwei Bälle geben. (*Anmerkung:* Eine ZAHL erhält für Möbel, die sie abgegeben hat – soweit möglich – sofort Ersatz.) Wir haben jetzt *dreimal* zwei Bälle im Rechensack. »Wem gehört der Sack?« Der SECHS! Sprechweise der Schulkinder: »Drei mal zwei gibt (gleich) sechs.«

Die SIEBEN wünscht sich auf den »Tisch des Hauses« *zweimal* von der DREI ihre Nüsse und dann noch von der EINS ihre Nuss dazu. Ergebnis: »Zwei mal drei plus eins gibt sieben.«

Multiplikation auf dem Zahlenweg

»Geh' *zweimal* fünf Schritte.« oder »Geh' *dreimal* zwei Schritte.« »Wo bist du?«

Beim ersten Beispiel geht das Kind erst fünf Schritte und dann noch einmal fünf Schritte und steht dann auf der Zehn. Die Schulkinder: »Zwei mal fünf gibt (gleich) zehn.« Beim zweiten Beispiel steht das Kind nach dreimal zwei Schritten auf der Sechs. Die Schulkinder: »Drei mal zwei gibt (gleich) sechs.«

Beispiele zur *Division* schlagen wir *nicht* vor. Doch könnte auch die Division sowohl im Zahlenhaus als auch auf dem Zahlenweg durch Handlungen gut verständlich durchgeführt werden.

Zerlegungen einer Zahl

Beim Rechnen treten immer wieder Situationen auf, in denen man eine Zahl *zerlegen* muss: vor allem *additiv* (in eine Summe) oder *multiplikativ* (in ein Produkt).

Zerlegung einer Zahl im Zahlenhaus (Rechensack und Tisch des Hauses)

Beispiel: Die ACHT schenkt ihre acht Bälle den kleinen Zahlen EINS bis FÜNF. Dies kann mit dem Rechensack geschehen oder über den Tisch des Hauses. An welche Zahlen kann sie ihre Bälle geben?

Zerlegung einer Zahl auf dem Zahlenweg

Beispiel: Wie kommst du zur 8, wenn du einmal Halt machst? »Erst fünf Schritte und dann drei Schritte.« Aber es geht auch auf mancherlei andere Arten wie zum Beispiel »Ich gehe zweimal vier Schritte.«

Zählendes Rechnen

Beim *Zahlenweg* steht das Zählen, also der *ordinale* Aspekt, im Vordergrund. Insofern kann man die Rechenübungen am Zahlenweg als Vorerfahrungen zum *Zählenden Rechnen* (ein Begriff aus der Mathematikdidaktik) bezeichnen.

Zählendes Rechnen und Rechenfertigkeit

Verschiedene Untersuchungen zur *Rechenfertigkeit* haben gezeigt, dass Schüler, die sich bei ihren Vorstellungen vom Rechnen fast ausschließlich auf das *Zählen* stützen, besonders anfällig für *Fehler* sind. Typische Fehler entstehen beim Weiterzählen oder beim Zurückzählen, wenn falsch gestartet wird: z. B. bei $7 + 5$ wird beim Weiterzählen mit 7 begonnen, also: 7, 8, 9, 10, 11 und damit 11 als (falsches) Ergebnis erzielt.

Zählendes Rechnen ist anspruchsvoll

Durch die von uns beim Zahlenweg immer wieder gepflegte Verbindung mit Gehen und Schauen wird das Zählen in einen größeren Zusammenhang eingebunden, durch den es weit mehr ist als nur eine abstrakte sprachliche Übung. Im Kopf wird das Zählen konkret mit einem vertrauten Weg verbunden, der (durch die andere Farbe für die Fünfer- und Zehnerplatten) für das Auge überschaubar gegliedert ist.

Trotz dieser Verbindung mit Bewegung und Wahrnehmung ist zu beachten, dass das *Zählende Rechnen* das *Gedächtnis stärker fordert* und *insgesamt abstrakter* ist als ein Rechnen, das vor allem auf der simultanen Erfassung von Zahlen fußt, wie wir es im Zahlenhaus pflegen.

Zaubern mit Vielecken aus Stäben: Bilder der Zahlen

Der geometrische Aspekt der Zahlen

Unter den Zahlaspekten nimmt für uns der geometrische, dem wir in vielerlei Verkleidungen in der Natur, Kultur und Technik begegnen, einen herausragenden Platz ein.

Zahlen begegnen uns in der ebenen und räumlichen Geometrie: bei Längen, beim Dreieck, Viereck oder Siebeneck, bei Flächen- oder Rauminhalten, beim Tetraeder oder Würfel, usw. Je jünger die Kinder sind, desto wichtiger ist für die Entwicklung des Zahlbegriffs der Bezug zu einem vertrauten Raum und zu markanten geometrischen Formen.

Auch die Ursprünge der Mathematik zeigen den Zusammenhang von Arithmetik und Geometrie. Das Wissen von den Zahlen wurde immer wieder durch geometrische Fragestellungen befruchtet und gefördert. Umgekehrt wurden die Zahlen zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel zur Lösung geometrischer Probleme. Prominente Vertreter der Verbindung von Arithmetik und Geometrie sind Pythagoras (etwa 570 bis 510 v. Chr.) und Descartes (1596 bis 1650).

Dreieck, Viereck und Fünfeck sind wichtige Symbole für ein breites Verständnis der Zahlen 3, 4 und 5. Sie unterstützen die simultane Erfassung der Zahlen und erleichtern wesentlich den Zugang zu den Zahlen 6 bis 10. Dies zu belegen, ist das Ziel dieses Papiers.

Vielecke aus Holzstäben und Schlauchverbindungen

Das Material

- Holzstäbe: 50 cm oder 100 cm lang, 6 mm oder 8 mm im Durchmesser
- 5 bis 6 cm lange Schlauchstücke (flexibel, z. B. aus Silikon), die leicht auf die Stäbe passen, jedoch gut halten.

Stabfiguren für die Zahlen 1 bis 5

Ein Stab mit einem Schlauchstück wird der Zahl 1 zugeordnet, zwei auf beiden Seiten verbundene Stäbe (Doppelstab) der Zahl 2. Dreieck, Viereck und Fünfeck sind geometrische Darstellungen der Zahlen 3, 4 und 5.

Beweglichkeit

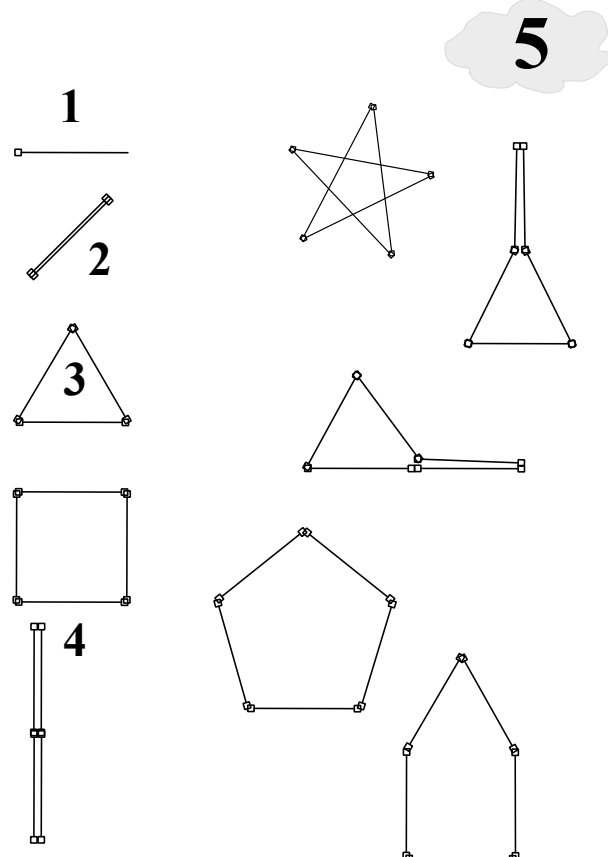
Durch die flexiblen Schlauchverbindungen zeigen sich Eigenschaften der dargestellten Zahlen. Das Dreieck ist starr, wogegen Viereck und Fünfeck beweglich sind.

Gerade Zahlen: Das Viereck kann so zusammengelegt werden, dass es »gerade« wird und damit die »Verwandtschaft« der Zahl 4 mit der 2 (später mit den Zahlen 6, 8, 10 usw.) zeigt.

Ungerade Zahlen: Will man auch das Fünfeck »gerade« machen, so gelingt dies nicht, so wenig wie bei den Zahlen 7, 9, 11 usw. Es bleibt immer ein Dreieck übrig. Beim Fünfeck entsteht eine »Laterne«.

Das Fünfeck kann in einen Fünferstern verwandelt werden, ein eindruckliches Symbol, das bei den größeren Zahlen 7 bis 10 seine Kraft und Ästhetik entfalten wird.

Die Beweglichkeit bringt ein dynamisches Element mit sich, dessen Aussagekraft bei den Zahlen 6 bis 10 noch fruchtbarer wird.



Stabfiguren für die Zahlen 6 bis 10

Die folgenden Abbildungen zeigen Beispiele dafür, in welche Figuren die Vielecke der Zahlen 6 bis 10 verwandelt werden können. Beim Hantieren mit den Stabfiguren ergeben sich zahlreiche und überraschende Einsichten in die Struktur der Zahlen. Auch bei den Stabfiguren gilt das Prinzip, die Kinder so viel wie möglich durch eigene Tätigkeiten entdecken zu lassen.

Beispiele für additive und multiplikative Zerlegungen

Die Stabfiguren zeigen sowohl additive als auch multiplikative Zerlegungen.

- Sechseck: zwei Dreiecke, $6 = 3 + 3$ oder $6 = 2 \cdot 3$;
drei doppelte Stäbe, $6 = 2 + 2 + 2$ oder $6 = 3 \cdot 2$.
- Siebeneck: ein Viereck und ein Dreieck, $7 = 4 + 3$;
ein Fünferstern mit Doppelstil, $7 = 5 + 2$;
ein zweifacher Doppelstil und ein Dreieck, $7 = 2 \cdot 2 + 3$.

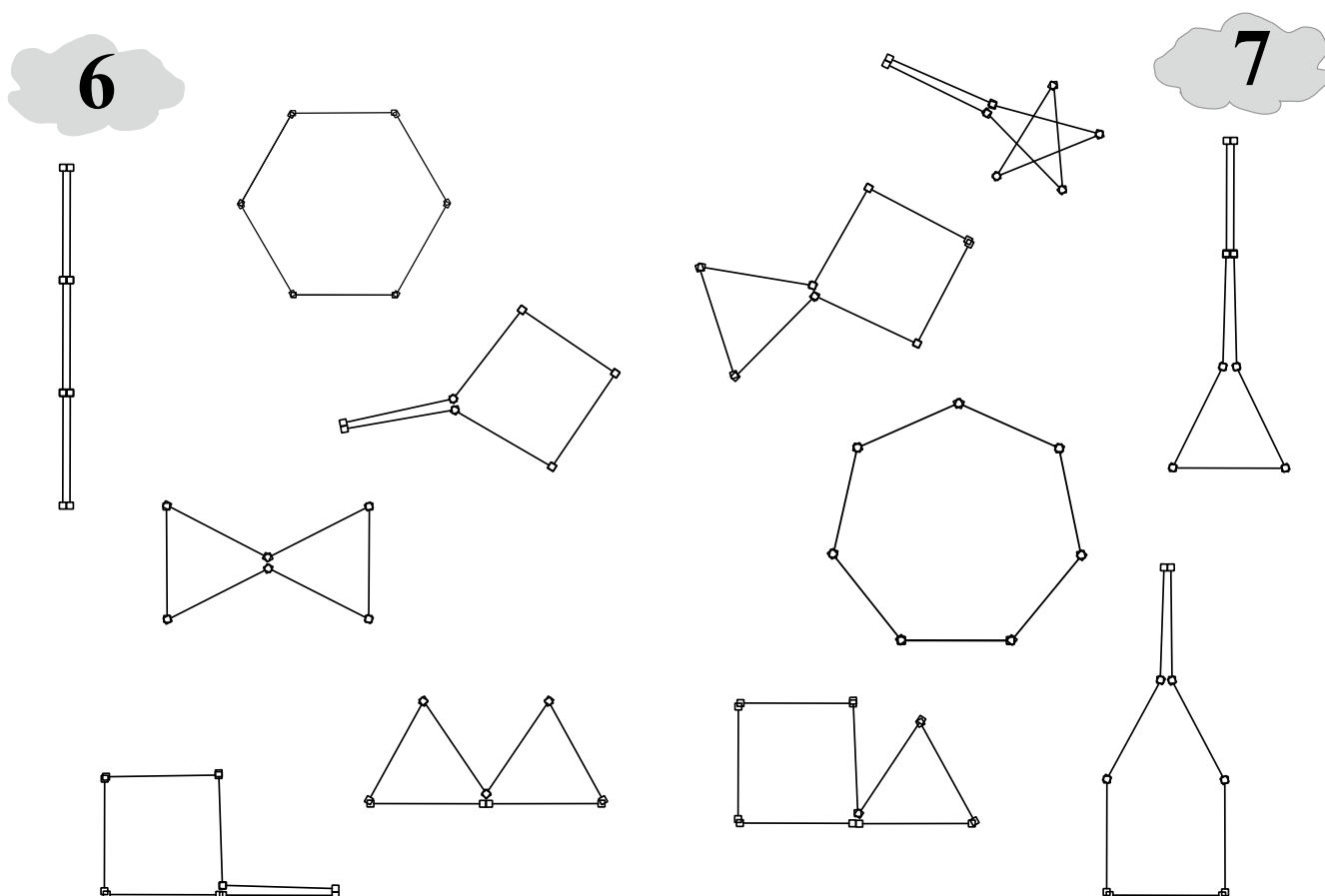
Synthetische und analytische Methode

Es ist ein altes Thema innerhalb der Didaktik, welche Methode grundsätzlich vorzuziehen sei: die synthetische oder die analytische. Bei der analytischen Methode geht man von einem Ganzen aus und kommt zu seinen Teilen; bei der synthetischen Methode beginnt man mit Teilen, aus denen man ein Ganzes aufbaut.

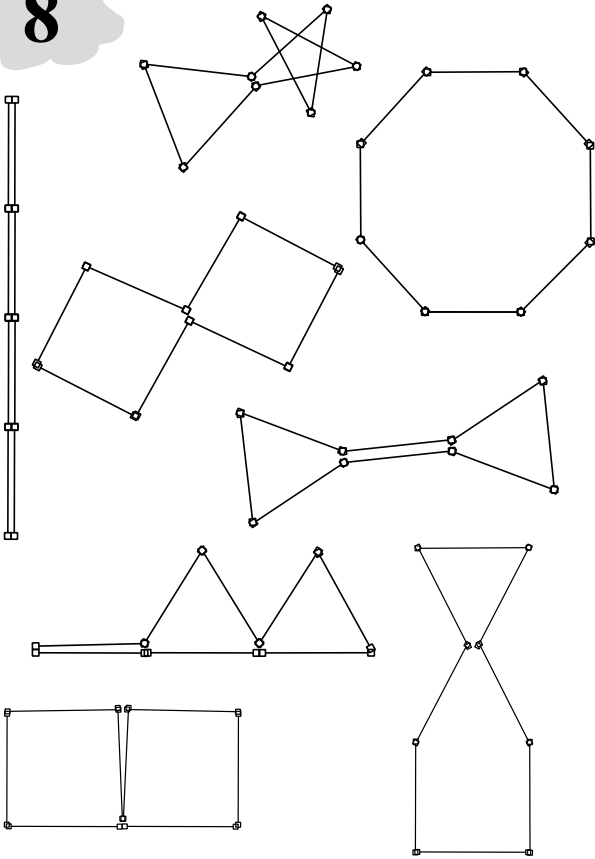
Der große Didaktiker Jan Amos Comenius (1592-1670) rät, mit der Analyse zu beginnen:

Bei allem, was gelehrt wird, muss man dafür Sorge tragen, dass es zuerst als Ganzes, dann in seinen Teilen geordnet und unterschieden aufgefasst wird.

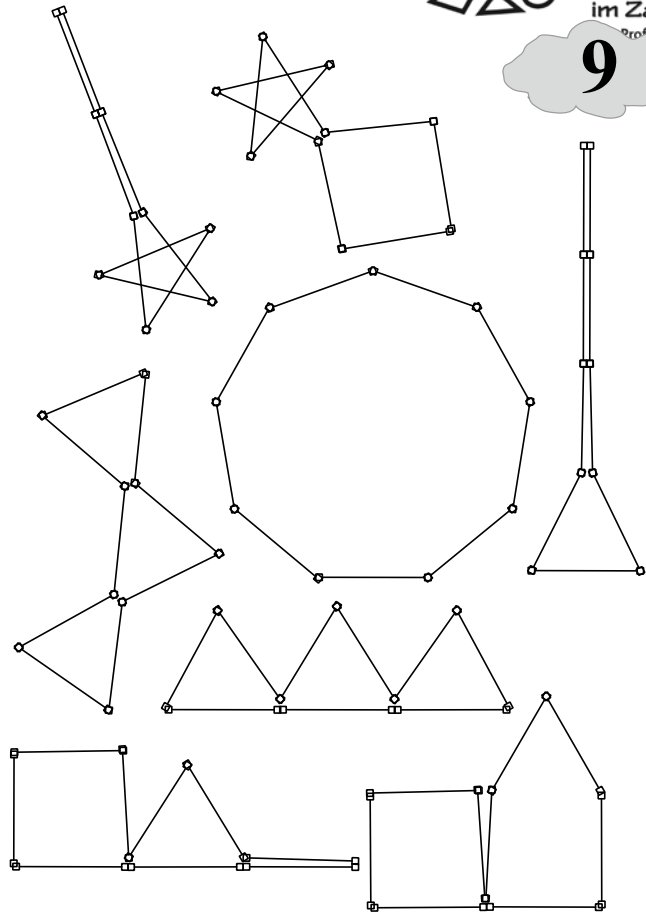
Bei den Aktivitäten mit den Stabfiguren wenden wir die analytische Methode an. Wenn wir beispielsweise die Zahl 8 mit Hilfe der Stäbe und Schlauchverbindungen als Achteck darstellen, stellen wir den Kindern die 8 als »Ganzes« vor Augen. Dann untersuchen wir, auf welche unterschiedlichen Weisen sich das Achteck durch Teilfiguren darstellen lässt.



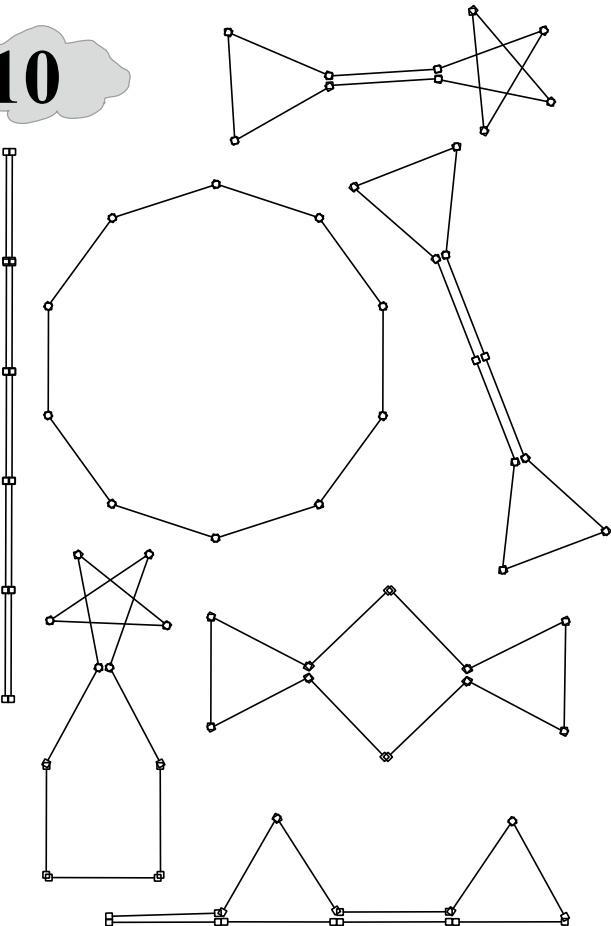
8



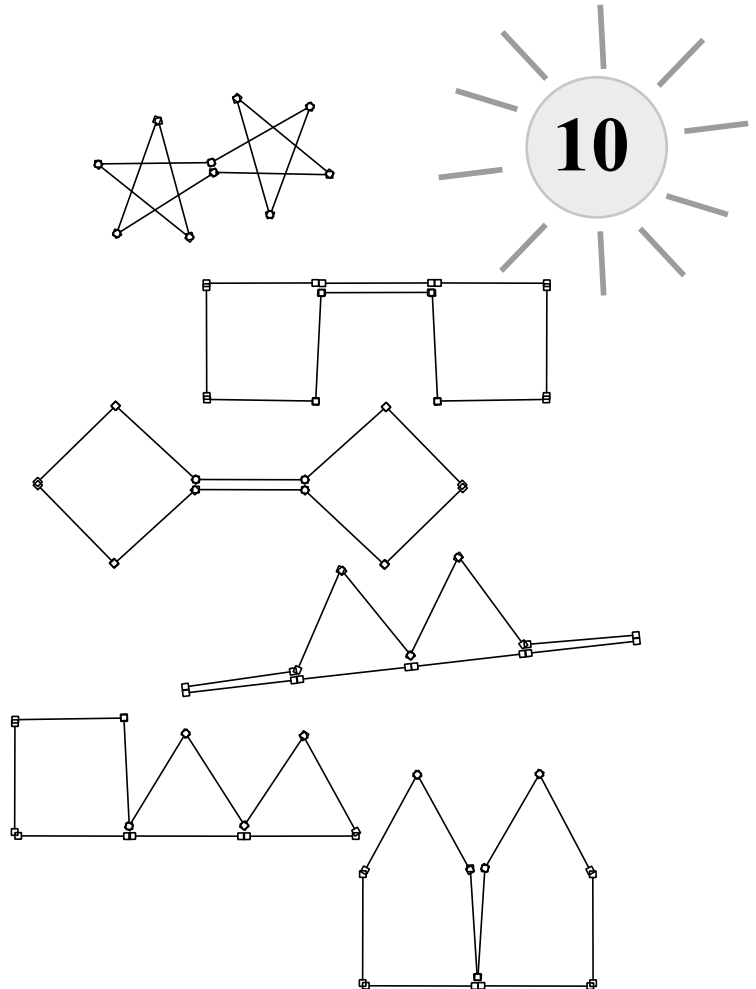
9



10



10



4

Ausgewählte Hinweistafeln

Die Verlaufspläne der 12 Lerneinheiten (im Leitfaden Zahlenland 2) sind mit Hinweistafeln versehen, die zusätzliche Erläuterungen und Hintergrundinformationen enthalten. Hier finden Sie eine kleine Auswahl zu drei Themen.

Die Null und andere Zahlen im Zahlenhaus (LE 17)

Wann tritt die Null auf? Wir haben in Zahlenland 1 bei der Lerneinheit 4 darauf hingewiesen, dass beim Zurückzählen mit großer Wahrscheinlichkeit von einigen Kindern die Null genannt wird: » ..., zwei, eins, Null.«

Wo wohnt die Null im Zahlenhaus? Falls ein Kind wissen will, wo die Null im Zahlenhaus wohnt, sollte die Erzieherin eine sinnvolle Antwort geben können: »In der Mitte, wo wir bei der Begrüßung stehen. Dort beginnen wir.«

Wohnen noch andere Zahlen im Zahlenhaus? Für die Zahlen 11, 12, 13 usw. kann das Zahlenhaus nach oben ausgebaut werden: der erste Stock für 11 bis 20, der zweite Stock für 21 bis 30, usw. Über der 1 wohnt die 11, darüber die 21, usw.

Der Zahlenweg im Freien (LE 18)

Mit den Zahlen ins Freie: Wenn die äußeren Bedingungen es gestatten, sollte der Zahlenweg auch einmal im Freien (im Hof oder auf einer Wiese) ausgelegt werden, um dort die Übungen zu machen. Auch das Zahlenhaus darf natürlich mitkommen.

Ablösung vom Ort: Eine solche Ablösung vom Ort ist auch aus lerntheoretischen Gründen sinnvoll. Beim Lernen wird auch der Ort, an dem es stattfindet, mit seinen Besonderheiten im Gedächtnis abgespeichert. Nach und nach sollten sich jedoch die Inhalte – hier die Zahlen mit ihren Eigenschaften – von den rein äußerlichen, unwesentlichen Bedingungen lösen.

Mosaikfliesen: Eine Bauanleitung für einen Zahlenweg im Freien aus gepuzzelten Mosaikfliesen finden Sie in der Publikation »Der Zahlengarten am ev. Kindergarten Glitzerfisch in Marl, Zahlengärten im Protrait Heft 1«.

Die Bedeutung der Zahl 10 (LE 21)

Dezimalsystem: Die Zehn ist die Basis für die Bezeichnung der Zahlen und für ihre Schreibweise. Neben diesem dezimalen System, das seinen Ursprung in Indien hat, und von der arabischen Kultur überliefert wurde, sind noch Reste des babylonischen (sexagesimalen) Systems mit der Basis 60 in der Zeitmessung lebendig geblieben. Die Zahlenwelt der Computer wird bekanntlich von der Basis 2 regiert.

Woher das Dezimalsystem? Nach allgemeiner Überzeugung zählen wir deshalb in Zehnerschritten, weil wir zehn Finger haben. Um jedoch jede beliebige und noch so große Zahl mit zehn Zeichen (Ziffern) angeben zu können, bedurfte es zweier Erfindungen, der Null und des Stellenwerts (der Wert einer Ziffer hängt davon ab, an welcher Stelle sie steht).

Platos Lehre von der Mathematik: Der griechische Philosoph Plato (427–374 v. Chr.) unterschied zwischen den Sinnendingen und den Ideen. Zahlen und geometrische Formen können den Sinnendingen nicht angehören, da alle Sinnendinge ungenau, die Mathematik dagegen exakt ist. Mit den Ideen teilen sie zwar Genauigkeit und Allgemeinheit, doch können sie auch diesem Bereich nicht zugeordnet werden, da es (vereinfacht ausgedrückt) zu viele Zahlen und geometrische Formen gibt. So weist Plato der Mathematik ihren Platz zwischen den Ideen und den Sinnendingen zu. Trotz dieser Zwischenstellung gibt es jedoch nach Plato Zahlen, die den Charakter von Ideen besitzen. Dies sind die Zahlen 1 bis 10.

Bezug zum Konzept der Entdeckungen im Zahlenland: Die Gedanken von Plato sind (nach unserer Auffassung) immer noch aktuell. Wir entwickeln nach unserem Konzept die Vorstellungen (Ideen) von den Zahlen aus dem aktiven Umgang mit den Sinnendingen und schaffen immer wieder eine enge Verbindung der Zahlen mit den geometrischen Formen. Dann betrachten wir das Verständnis für die Zahlen 1 bis 10 als das Fundament des Zahlbegriffs.

Die Zahl 10 als Symbol: Der zentralen Rolle der Zahl 10 für die Mathematik entspricht ihr hoher Symbolgehalt in den Religionen und Kulturen. Besonders wichtige Dinge treten zu zehnt auf, z. B.: zehn Gebote, zehn Stämme, zehn Talente, zehn Namen Gottes, zehn Lebensstufen des Menschen, zehn Zungen oder Arme (eines Gottes). Der zehnte Teil war Gott zu opfern oder dem irdischen Herrscher abzugeben. Dem 10. Tag, dem 10. Jahr, dem 10. Mann kam eine besondere Bedeutung zu.

Literatur, Bilderbücher und Spiele

Entdeckungen im Zahlenland

- Gerhard Preiß: Leitfaden Zahlenland 1, Verlaufspläne für die Lerneinheiten 1 bis 10 der »Entdeckungen im Zahlenland«, ISBN 978-3-9809690-2-4, VP: 29,90 €
- Gerhard Preiß: Leitfaden Zahlenland 2, Verlaufspläne für die Lerneinheiten 11 bis 22 der »Entdeckungen im Zahlenland«, 5. Auflage 2014, ISBN 978-3-941063-10-5, VP: 29,90 €
- Gerhard Preiß: Entdeckungen im Zahlenwald, Ein Leitfaden zur mathematischen Bildung für Waldtage, Waldprojekte und Waldkindergärten, Kirchzarten 2010, ISBN 978-3-941063-11-2, VP: 24,90 €
- Gerhard Preiß: Reihe Zahlenland 3 - Das Zahlenland für die Grundschule
 - Band 1: Stundenbilder zu den Zahlenländern 1 bis 5, Kennst du mich und mein Land?, ISBN 978-3-941063-02-0 inkl. »Mein Zahlenländer-Buch Eins bis Fünf« auf CD-Rom, VP: 29,90 €
 - Band 2: Stundenbilder zu den Zahlenländern 6 bis 10, Kennst du mich und mein Land?, ISBN 978-3-941063-03-7 inkl. »Mein Zahlenländer-Buch Sechs bis Zehn« auf CD-Rom, VP: 29,90 €
- Mein Zahlenlandbuch 1, Das Malbuch zu »Zahlenland 1« von Prof. Preiß, 10er Set, ISBN 978-3-941063-00-6, VP: 29,00 €
- Mein Zahlenlandbuch 2, Das Malbuch zu »Zahlenland 2« von Prof. Preiß, 10er Set, ISBN 978-3-941063-01-3, VP: 29,00 €

Zauberhafte Geometrie

- Gerhard Preiß: Ein Zoo fürs Zahlenland, Zauberhafte Geometrie im Kindergarten, Kirchzarten 2012, ISBN 978-3-941063-08-2, VP: 24,90 €
- Gerhard Preiß: Ein Garten fürs Zahlenland, Zauberhafte Geometrie im Freien für Kinder ab 4 Jahren, Kirchzarten 2013, ISBN 978-3-941063-12-9, VP: 24,90 €
- Gerhard Preiß: Als Plato einst am Feuer stand, Ein geometrisches Schauspiel in fünf Bildern, Kirchzarten 2014, ISBN 978-3-941063-13-6, VP: 17,90 €
- Gerhard Preiß (Hrsg.): Eins-zwei-drei – Würfelzauberei. Musikalische Bauanleitungen für Tetraeder, Würfel, Oktaeder und Ikosaeder als Stabfiguren, Buch mit CD, Kirchzarten 2014, ISBN 978-3-941063-17-4, VP: 17,90 €

Entdeckungen im Entenland

- Gerhard Preiß: Leitfaden Entenland 1, Verlaufspläne für die Lernfelder 1 bis 3 der »Entdeckungen im Entenland« ISBN 978-3-9811261-6-7, VP: 36,00 €
- Gerhard Preiß: Leitfaden Entenland 2, Verlaufspläne für die Lernfelder 4 bis 6 der »Entdeckungen im Entenland« ISBN 978-3-9811261-7-4, VP: 36,00 €
- Geschichten aus dem Entenland, Text: Gerhard Preiß, Illustration: Marika Blau
 - Band 1: Mein Entenkind ist gelb, ISBN 978-3-9811261-0-5, VP: 12,00 €
 - Band 2: Mein Entenkind ist rund, ISBN 978-3-9811261-1-2, VP: 12,00 €
 - Band 3: Das Entenkind im Labyrinth, ISBN 978-3-9811261-2-9, VP: 12,00 €
 - Band 4: Die Katze weiß, wo das Entenkind ist, ISBN 978-3-9811261-3-6, VP: 12,00 €
 - Band 5: Das Entenkind fährt Kutsche, ISBN 978-3-9811261-4-3, VP: 12,00 €
 - Band 6: Noch schläft der Fuchs, ISBN 978-3-9811261-5-0, VP: 12,00 €

Weitere Bücher und Spiele

- Gerhard Preiß: Der Geldhase, Hardcoverbuch, 40 Seiten, Kirchzarten 2014, ISBN 978-3-941063-14-3, VP: 19,90 €
- Gerhard Preiß: Ein Sinn für Zahlen. Experimente und Spiele zum Zahlensinn. Kirchzarten 2015, ISBN 978-3-941063-16-7
- Zahlenbecher-Spiele, Entdeckungen mit 10 Bechern und 55 Steinen für Kinder ab vier Jahren, Kirchzarten 2014, ISBN 978-3-941063-15-0, VP: 9,90 €
- Bellos Bauernhof, Zahlen von 1 bis 10 blitzschnell erfassen, Lernspiel für Kinder ab 4 Jahren, 1 CD-ROM für PC + MAC

Informationen und Bestellmöglichkeiten: www.zahlenland-shop.de

Preise inkl. gesetzl. MwSt. Stand Jan. 2015. Irrtümer und Änderungen vorbehalten.

9



4

Das ZAHLENFREUNDE-Netzwerk

Das **kostenlose** ZAHLENFREUNDE-Netzwerk für aktive Einrichtungen der frühen mathematischen Bildung dient dem Erfahrungsaustausch unter den aktiven Zahlenland- und Entenlandeinrichtungen und deren Unterstützung mit kostenlosen Zusatzmaterialien.

Anmeldung und Login:

www.zahlenfreunde.de

1



Kontakt

Informationen rund um die Projekte zur frühen mathematischen Bildung, zu Fortbildungsangeboten und verfügbaren Publikationen erhalten Sie im Zahlenlandbüro und im Internet.

Zahlenland Prof. Preiß	Tel. +49 (0) 6434 90 36 33
Erzgebirgstr. 32	Fax +49 (0) 6434 90 68 12
D-65520 Bad Camberg	E-Mail: kontakt@zahlenland.info

www.zahlenland.info

Materialien

Die zur Projektdurchführung von Prof. Preiß konzipierten Materialien erhalten Sie bei:

Merlin GmbH	Tel. +49 (0) 7947 91 23 45
Röntgenstraße 7	Tel. +49 (0) 7947 91 23 66
D-74670 Forchtenberg	E-Mail: zallalla@my-merlin.com

Impressum und Copyright

© 2015 Zahlenland Prof. Preiß GmbH & Co. KG, AG Freiburg HRA 5051
Komplementärin: Zahlenland GmbH, AG Freiburg HRB 703129
Geschäftsführung: Gabriele Preiß

Alle Texte und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt und dürfen nicht ohne vorherige schriftliche Genehmigung vervielfältigt werden.

